

Modale Deduktion

Ein *Beweis* ist eine Liste von Formeln, von denen jede entweder

- ein *Axiom* ist oder
- aus vorhergehenden Formeln durch eine *Regel* hervorgeht

Jede in einem Beweis vorkommende Formel ϕ ist *beweisbar* ($\vdash \phi$); schreibe $\Phi \vdash \psi$, falls $\phi_1, \dots, \phi_n \in \Phi$ ex. mit

$$\vdash \phi_1 \wedge \dots \wedge \phi_n \rightarrow \psi.$$

Regeln

- *Modus ponens*: $\frac{\phi \rightarrow \psi \quad \phi}{\psi}$.
- *Substitution*: aus ϕ leite ψ ab, wenn ψ aus ϕ durch Substitution beliebiger Formeln für propositionale Variable hervorgeht.
- *Generalisierung*: $\frac{\phi}{\Box\phi}$.

Axiome für K

alle aussagenlogischen Tautologien (τ)

$\Box p \rightarrow \Box(p \rightarrow q) \rightarrow \Box q$ (K)

$\Diamond p \leftrightarrow \neg \Box \neg p$ (Dual)