

Formale Bestimmung von Vor- und Nachbedingungen eines Algorithmus

1 Mengenlehre

1.1 Symbole

\forall	für alle ... gilt	\in	Element von
\exists	es existiert ...	\ni	nicht Element von
#	Kardinalität (Anzahl)		definierende Eigenschaft
•	es gilt ...	\subseteq	Teilmenge
\Rightarrow	Implikation (wenn ... dann ...)	\cup	Vereinigung
\Leftrightarrow	Äquivalenz (... genau dann wenn ...)	\cap	Durchschnitt
\vee	Disjunktion (logisches ODER)	\emptyset	leere Menge
\wedge	Konjunktion (logisches UND)		
\neg	Negation (logische Verneinung)		

1.2 Beispiele

Sei $P(x)$ eine Aussage:

$\forall x P(x)$	für alle x gilt $P(x)$
$\exists x P(x)$	es existiert ein x für das $P(x)$ gilt
$\forall x \in X P(x)$	für alle x Element von X gilt $P(x)$
$\forall x(x \in X \Rightarrow P(x))$	für alle x Element von X gilt $P(x)$
$\exists x \in X P(x)$	es existiert ein x Element X für das $P(x)$ gilt
$\exists x(x \in X \wedge P(x))$	es existiert ein x Element X für das $P(x)$ gilt
$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$	A vereinigt B ist die Menge aller Zahlen x für die gilt: x ist Element von A oder x ist Element von B
$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$	A durchschnitt B ist die Menge aller Zahlen x für die gilt: x ist Element von A und x ist Element von B

2 Beispiele aus der Vorlesung

2.1 Programm 1: Überprüfen, ob die Zahl 7 in einem Zahlenfeld enthalten ist

2.1.1 Der Algorithmus

Es soll überprüft werden, ob in einem vorgegebenen Zahlenfeld der Größe 10, das Integer-Zahlen enthält, der Wert 7 vorkommt. Dies wird mit einer *while*-Schleife erledigt.

2.1.2 Vorbedingungen

Es sei a das zu überprüfende Zahlenfeld und i die Indexvariable für die *while*-Schleife.

Dann muss vor Ausführung des Algorithmus gelten:

$a = \{x \mid x \in \mathbf{Z}\} \wedge \#a == 10$ a ist eine Menge von Zahlen x für die gilt: x ist Element der ganzen Zahlen und die Anzahl der Elemente von a (Kardinalität) ist 10
 $i \in \{0, 1, \dots, 9\}$ i ist Element der Menge $0, 1, 2, \dots, 9$
 $i = 0$ die Indexvariable i ist mit 0 initialisiert

2.1.3 Nachbedingungen

Nach Ausführung des Algorithmus muss gelten:

Fall 1: $(i < 10) \Rightarrow (a[i] == 7 \wedge \forall j \in \{0..9\} \bullet j < i \Rightarrow a[j] \neq 7)$

Wenn $i < 10$ folgt daraus: das i -te Element von a ist 7

und für alle j der Menge $0..9$ für die gilt $j < i$ folgt: das j -te Element von a ist ungleich 7

Fall 2: $(i == 10) \Rightarrow (\forall j \in \{0..9\} \bullet a[j] \neq 7)$

Wenn $i == 10$ ist folgt daraus: für alle j der Menge $0..9$ gilt $a[j] \neq 7$

2.1.4 C-Programm

```
#include <stdio.h>
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    //ein Zahlenfeld anlegen
```

```
    int a[10] = {1, 9, -1, 7, 8, 111, 7, -99, 2000, 11};
```

```
    //eine Index-Variable anlegen
```

```
    int i;
```

```
    //i zu Anfang auf Null setzen
```

```
    i = 0;
```

```
    //erstes Auftreten von 7 im Zahlenfeld suchen
```

```
    while((a[i] != 7) && (i < 10))
```

```
    {
```

```
        i = i + 1;
```

```
    }
```

```
    //Index ausgeben
```

```
    //wenn i = 10, nicht gefunden
```

```
    if (i == 10)
```

```
        printf("7 ist nicht im Zahlenfeld enthalten!\n");
```

```
    else
```

```
        printf("7 an Stelle %d\n", i);
```

```
}
```

2.2 Programm 2: Anzahl der Zahlen mit dem Wert 7 in einem Zahlenfeld feststellen

2.2.1 Der Algorithmus

Mit Hilfe einer *for*-Schleife soll die Anzahl der Zahlen mit dem Wert 7 in einem Zahlenfeld der Größe 10 festgestellt werden.

2.2.2 Vorbedingungen

Sei a das zu überprüfende Zahlenfeld, i die Indexvariable für die *for*-Schleife und *zaehler* eine Integer-Variable, die verwendet wird, um die Anzahl der Zahlen mit dem Wert 7 festzuhalten.

Dann muss gelten:

$a = \{x \mid x \in \mathbf{Z}\} \wedge \#a == 10$	a ist eine Menge von Zahlen x für die gilt: x ist Element der ganzen Zahlen und die Anzahl der Elemente von a (Kardinalität) ist 10
$i \in \{0, 1, \dots, 9\}$	i ist Element der Menge $0, 1, 2, \dots, 9$
$i = 0$	die Indexvariable i ist mit 0 initialisiert
$zaehler \in \mathbf{N}$	$zaehler$ ist Element der natürlichen Zahlen
$zaehler = 0$	der Zähler $zaehler$ ist mit 0 initialisiert

2.2.3 Nachbedingungen

$zaehler == \#\{i \in \{0..9\} \mid a[i] == 7\}$	$zaehler$ hat den Wert: Anzahl der Elemente der Menge der Zahlen i Element von $\{0..9\}$ für die gilt: $a[i]$ ist gleich 7
$i == 9$	die Indexvariable hat den Wert 9

2.2.4 C-Programm

```
#include <stdio.h>
```

```
int main()
{
    //ein Zahlenfeld anlegen
    int a[10] = {1, 7, -1, 7, 8, 111, 7, -99, 2000, 11};
    //eine Index-Variable anlegen
    int i;
    //eine Variable, um die Anzahl der 7en zu zählen
    int zaehler;

    //zähler zu Anfang auf Null setzen
    zaehler = 0;

    //alle 7 im Zahlenfeld suchen und zählen
    for (i = 0; i < 10; i++)
```

```
{  
    //wenn 7, dann Zähler um eins erhöhen  
    if (a[i] == 7)  
        zaehler++;  
}  
  
//Anzahl ausgeben  
//wenn i = 10, nicht gefunden  
printf("Anzahl der 7: %d\n", zaehler);  
}
```