Theorie der Sensorfusion — Übungsblatt 1

U. Frese, L. Schröder
`http://www.informatik.uni-bremen.de/agebv/de/VeranstaltungTDS08/`

Abgabe: Mo, 10.11.2008 10:00

Bitte bearbeitet die Übungszettel in Vierergruppen und werft Eure Ausarbeitung mit Namen versehen in Postfach 99 (Lutz Schröder u.a.) in der Ebene 6 des MZH. Wir leeren das Postfach *vor* der Veranstaltung am Mittwoch 10.11.2008 (*strikte Frist*). Die Ausarbeitungen können nach freier Wahl handschriftlich oder mit dem Computer gesetzt sein.

Als Hilfe könnt Ihr das Mathematik Merkblatt von der Veranstaltungs Webseite verwenden.

Aufgabe 1 Axiome (5 Punkte)

Erinnert Euch an die Axiome eines Wahrscheinlichkeitsraums:

Sei Ω eine Menge und P eine Funktion, die gewissen Teilmengen A von Ω eine Wahrscheinlichkeit $PA \in [0,1]$ zuordnet.

- Axiom 1: $P\emptyset = 0$.
- Axiom 2: $P\Omega = 1$.
- Axiom 3: Für jede abzählbare Indexmenge I und disjunkte Teilmengen $A_i \subseteq \Omega$ ist $P\left(\bigcup_{i\in I} A_i\right) = \sum_{i\in I} PA_i$.

Leitet aus diesen Axiomen die folgenden Aussagen her und nennt bei jedem Schritt das konkrete Axiom, das Ihr anwendet.

a) Für $A, B \subseteq \Omega$ ist $P(A \cup B) = PA + PB - P(A \cap B)$

b) Für $A \subseteq \Omega$ ist $P(\Omega - A) = 1 - PA$.

c) Für $A \subseteq B \subseteq \Omega$ ist $PA \leq PB$.

Aufgabe 2 Gauss und seine Mitte (5 Punkte)

Beweist unter Benutzung der Ergebnisse der Vorlesung (insbesondere der Gleichung $E(\mathcal{N}(0,\sigma^2) = 0)$

$$E(\mathcal{N}(\mu,\sigma^2)) = \mu. \tag{1}$$

Aufgabe 3 Schätzung ohne Messung (5 Punkte)

Zeigt, dass für eine Zufallsvariable X in Abwesenheit von Messungen der Erwartungswert $E(X)$ die beste Schätzung $\hat{x}$ im Sinne des mittleren quadratischen Schätzfehlers ist.

Bemerkung: Dieses Ergebnis praktisch anzuwenden, würde natürlich voraussetzen, dass man $E(X)$ kennt.

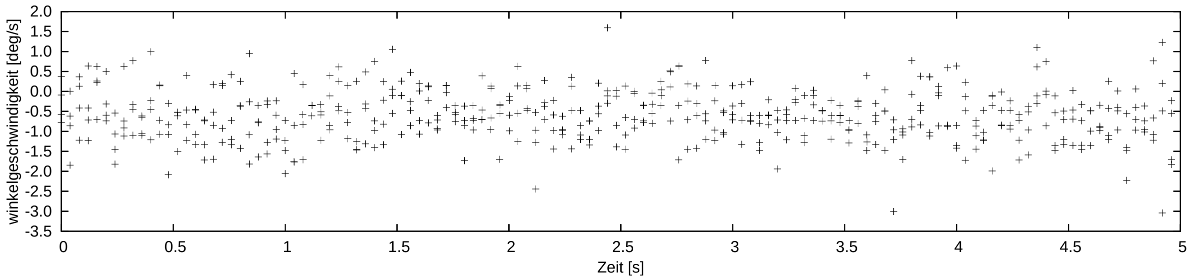

Abbildung 1: Messwerte eines auf einem Tisch liegenden Drehratensensors (Gyrometer).

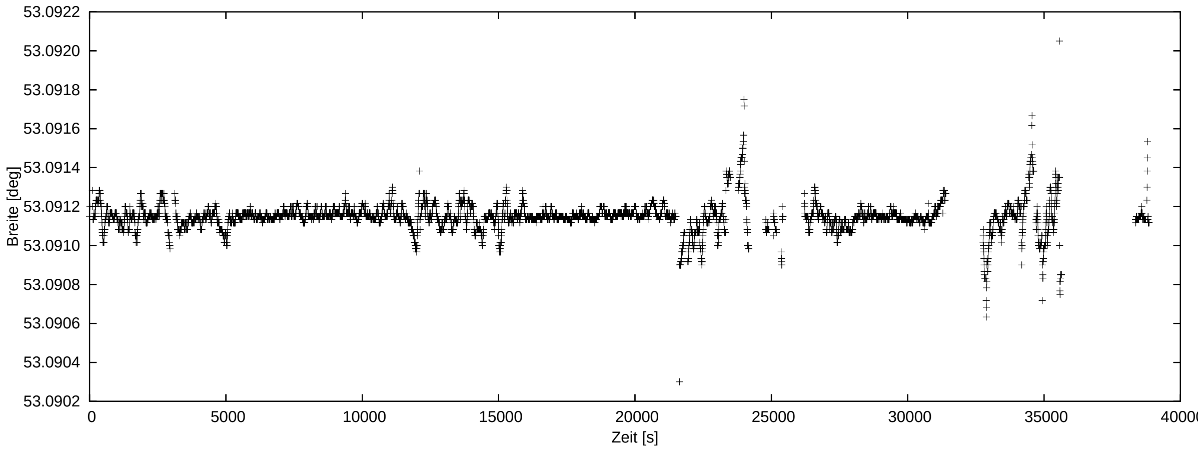

Abbildung 2: Geographische Breite gemessen von einem stationären GPS-Empfänger.

Aufgabe 4 Echte Daten (5 Punkte)

a) Abbildung 1 zeigt die Messwerte eines auf dem Tisch liegenden Drehratensensors (Gyrometer). Dieser Sensor misst, wie schnell er sich dreht. Diskutiert, inwieweit der Sensor den Annahmen aus der Vorlesung entspricht, oder was man gegebenenfalls konkret noch tun könnte, um die Annahmen gültig zu machen. Welches σ wäre ungefähr sinnvoll?

b) Abbildung 2 zeigt die geographische Breite aus den Messwerten eines GPS-Empfängers, der auf einem festen Punkt gelegen hat. Diskutiert, inwieweit der Sensor den Annahmen aus der Vorlesung entspricht.

Aufgabe 5 Fusion an Gauss vorbei (2 Bonuspunkte)

Seien $z_1 = 1$ und $z_2 = 0$ zwei Messungen von x, wobei der Messfehler von z_1 doppelt so gross ist wie der von z_2. Ist der Messfehler Gaussch verteilt gibt die Formel aus der Vorlesung $\frac{1}{5}$ als optimalen Schätzwert. Kann das bei einer anderen Verteilung des Messfehlers anders ausschauen? Gebt eine kurze Begründung / Skizze, keinen formalen Beweis.