

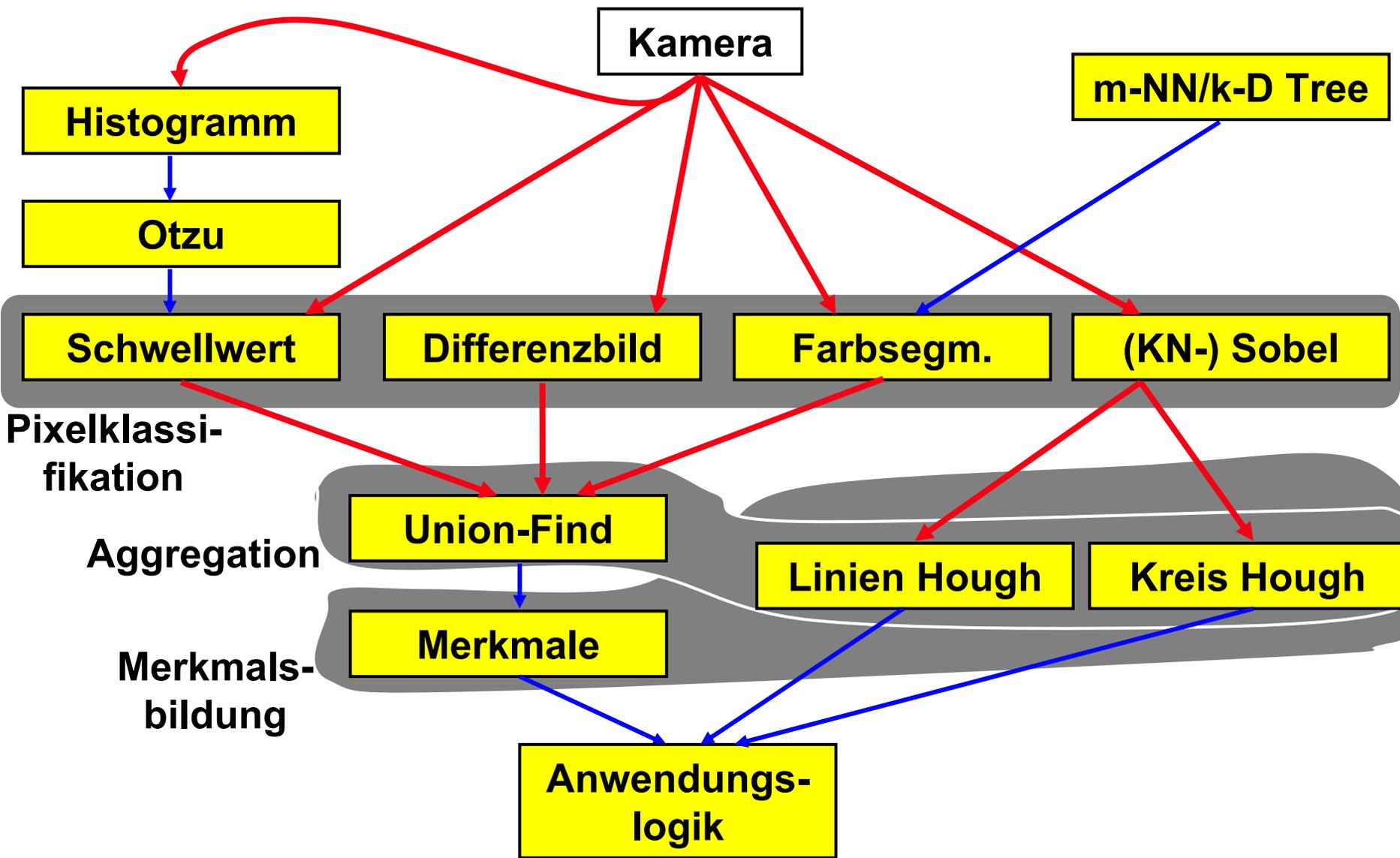
03-05-H
-709.53

Echtzeitbildverarbeitung (10)

Prof. Dr. Udo Frese

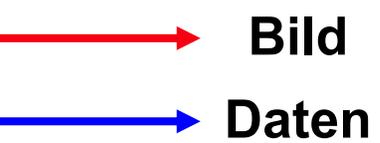
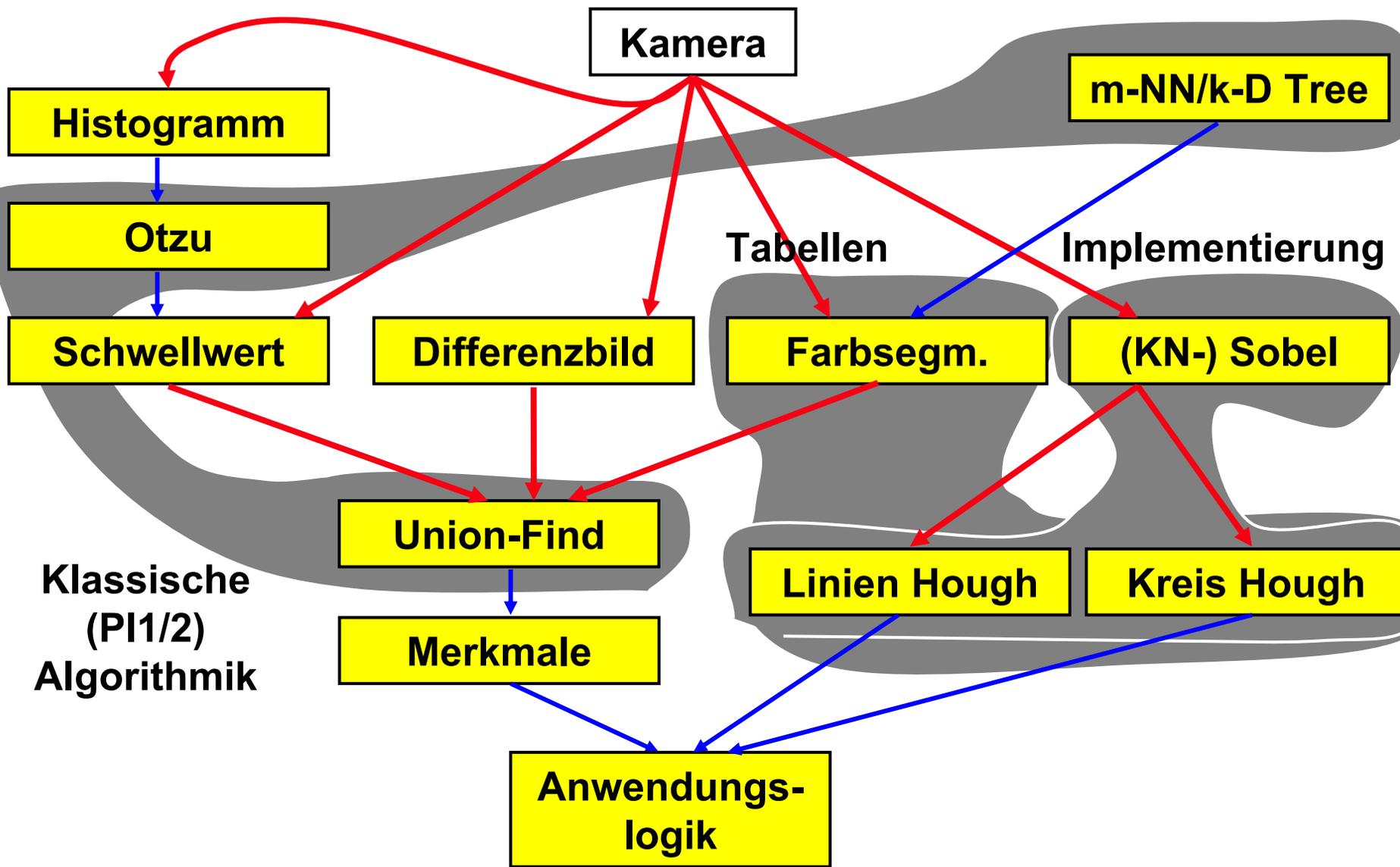
Kameragleichung in 3D
Geometrische Rekonstruktion
RANSAC

Was bisher geschah



→ Bild
→ Daten

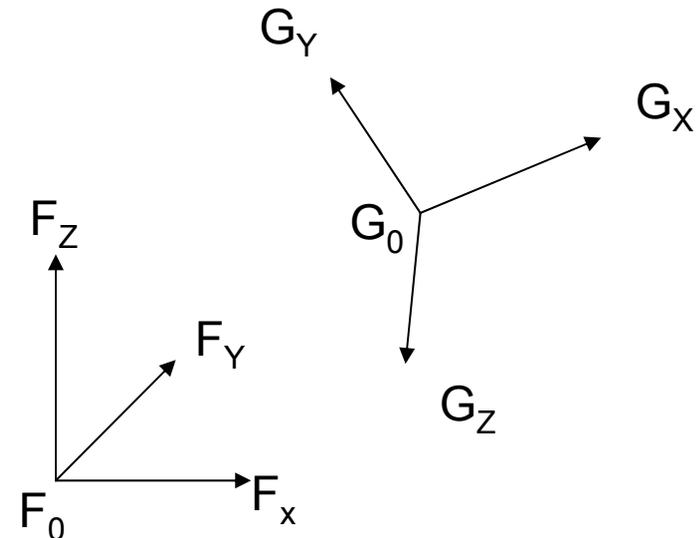
Was bisher geschah



Was bisher geschah

Homogene Koordinaten

- ▶ 4. Komponente, entweder 0 (freier Vektor) oder 1 (Ortsvektor).
- ▶ Koordinatentransformationen als 4×4 Matrix.
- ▶ Verkettung mit Matrizenmultiplikation
- ▶ Umkehrung mit Matrixinvertierung
- ▶ Matrix immer $G2F$ nennen, dann Konsistenz ablesbar.
- ▶ Spalten 1-3 von $G2F$ sind die Achsen G_x , G_y , G_z von G in Koordinaten von F
- ▶ Spalte 4 ist der Ursprung G_0 von G in Koordinaten von F



Kameragleichung in 3D

Kameragleichung in 3D

Lochkamera

▶ Definiert Abbildung

- ▶ Eingabe: p_W Punkt in Weltkoordinaten $\in \mathbb{R}^3$
- ▶ Eingabe: $C2W$ Kamerapose in Weltkoordinaten $\in \mathbb{R}^{4 \times 4}$
- ▶ Ausgabe: p_I Punkt in Bildkoordinaten $\in \mathbb{R}^2$
- ▶ $p: \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^{4 \times 4} \rightarrow \mathbb{R}^2: (p_W, C2W) \rightarrow (p_I)$,

▶ Vier Schritte

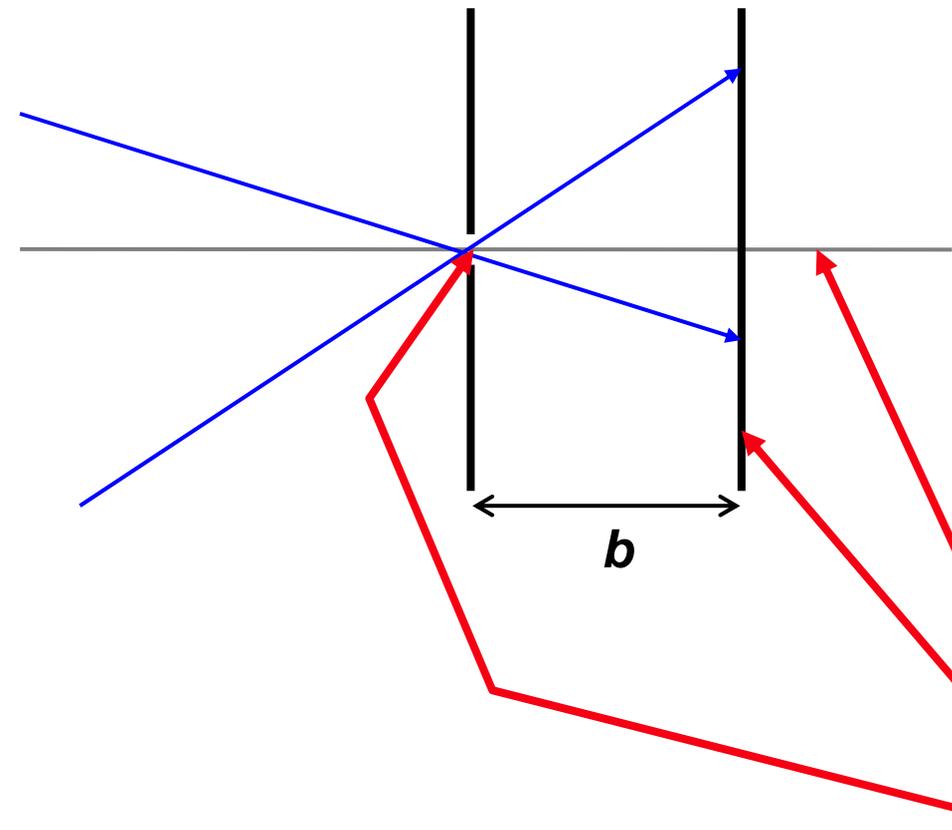
- ▶ Welt- zu Kamerakoordinaten
- ▶ Perspektive
- ▶ Verzerrung
- ▶ Skalierung

▶ Welt zu Kamerakoordinaten

- ▶ Multiplikation mit Inversen von Camera2World ($C2W$)

$$\begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \\ 1 \end{pmatrix} = C2W^{-1} \cdot \begin{pmatrix} x_W \\ y_W \\ z_W \\ 1 \end{pmatrix}$$

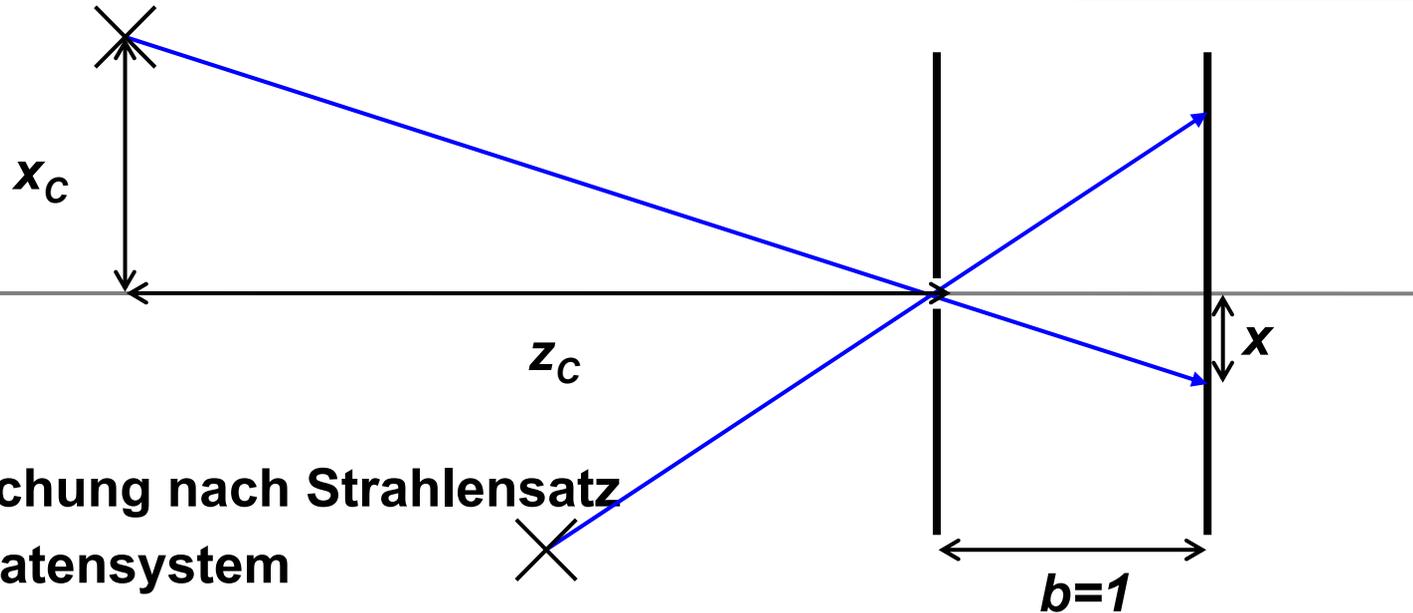
Kameragleichung in 3D



Lochkamera (Camera obscura)

- ▶ Lichtstrahlen fallen durch Loch in der Vorderseite
- ▶ auf Rückseite entsteht das (umgedrehte) Bild
- ▶ definiert abstrakte perspektivische Abbildung
- ▶ Abstand ist die Bildweite b (ähnlich Brennweite f)
- ▶ Optische Achse
- ▶ Bildebene
- ▶ Optisches Zentrum der Kamera
- ▶ Setze $b=1$
- ▶ Effekt des wirklichen b später bei Skalierung

Kameragleichung in 3D



Perspektive

- ▶ **Abbildungsgleichung nach Strahlensatz**
- ▶ **Kamerakoordinatensystem**
 - ▶ x_c zeigt in Bild-rechts Richtung
 - ▶ y_c zeigt in Bild-unten Richtung
 - ▶ z_c zeigt in die Tiefe (optische Achse)
- ▶ **(x_c, y_c, z_c) Punkt in Kamerakoordinaten**
- ▶ **(x, y) Abbild im *physikalischen* Bild**
- ▶ **Perspektive p**

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = p \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_c / z_c \\ y_c / z_c \end{pmatrix}$$

Kameragleichung in 3D

Verzerrung

- ▶ besonders weitwinkliger oder billiger Objektiv verzerren das Bild.
- ▶ Geraden im Bild werden krumm
- ▶ Linsen radialsymmetrisch \Rightarrow Verzerrung radialsymmetrisch.
- ▶ exaktes Modell ist schwierig.
- ▶ einfaches phänomenologisches Modell mit Parameter κ



$$\begin{pmatrix} x_N \\ y_N \end{pmatrix} = d_\kappa \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{1 + \kappa(x^2 + y^2)}$$

Kameragleichung in 3D

Skalierung

- ▶ Pixelgröße und Bildweite b (Brennweite f) skalieren Bild
- ▶ zusammengefasst in f_{eff}
- ▶ optische Achse trifft Bild in $(x_{\text{center}}, y_{\text{center}})$
- ▶ $(x_{\text{center}}, y_{\text{center}})$ ungefähr in Bildmitte aber nicht exakt (≈ 30 Pixel)

$$\begin{pmatrix} x_I \\ y_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\text{center}} \\ y_{\text{center}} \end{pmatrix} + f_{\text{eff}} \cdot d_K \left(p \begin{pmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{pmatrix} \right)$$

Kameragleichung in 3D

▶ Gesamtformel

- ▶ W steht für „im Weltsystem“

$$\begin{pmatrix} x_I \\ y_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{center} \\ y_{center} \end{pmatrix} + f_{eff} \cdot d_{\kappa} \left(p(C2W^{-1} \cdot p_W) \right)$$

▶ Zusammenfassung:

- ▶ Welt nach Kamera umrechnen ($C2W^{-1}$)
- ▶ Perspektive
- ▶ Verzerrung (κ)
- ▶ Skalierung (f_{eff}) und Verschiebung (x_{center}/y_{center})
- ▶ **Wichtig: Diese Formel erklären können (für Leben und Prüfung)**

Kameragleichung in 3D

▶ **Frage an das Auditorium:**
Schätzt die Parameter

- ▶ Skalierung (f_{eff}),
- ▶ Verschiebung (x_{center}/y_{center})
- ▶ Radialverzerrung (κ);

▶ **Objektiv hat +/- 45° Öffnungswinkel**

$$p \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_C / z_C \\ y_C / z_C \end{pmatrix}$$

$$d_\kappa \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{1 + \kappa(x^2 + y^2)}$$

$$\begin{pmatrix} x_I \\ y_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{center} \\ y_{center} \end{pmatrix} + f_{eff} \cdot d_\kappa \left(p(C2W^{-1} \cdot p_W) \right)$$



Kameragleichung in 3D

▶ **Frage an das Auditorium:**
Schätzt die Parameter

- ▶ Skalierung (f_{eff}) \approx **512**
- ▶ Verschiebung (x_{center}/y_{center}) = **(512, 384)**
- ▶ Radialverzerrung (κ) \approx **0.2**

▶ **Objektiv hat +/- 45° Öffnungswinkel**

$$p \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_C / z_C \\ y_C / z_C \end{pmatrix}$$

$$d_\kappa \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{1 + \kappa(x^2 + y^2)}$$

$$\begin{pmatrix} x_I \\ y_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{center} \\ y_{center} \end{pmatrix} + f_{eff} \cdot d_\kappa \left(p(C2W^{-1} \cdot p_W) \right)$$



Geometrische Rekonstruktion

Geometrische Rekonstruktion

Fragestellung

- ▶ „**Welche geometrische Information lässt sich aus den perspektivischen Bildern von n Punkten gewinnen?**“
 - ▶ über die Punkte
 - ▶ über die Kamera
- ▶ **betrachte zuerst Struktur der Information**
- ▶ **betrachte dann verschiedene Fälle**

Geometrische Rekonstruktion

Was misst eine Kamera?

- ▶ **Eine kalibrierte (f_{eff} und κ bekannt) Kamera ist ein Winkelmessgerät.**
- ▶ **Zu jedem Pixel gehört ein Strahl**
 - ▶ in bekannter Richtung
 - ▶ relativ zur Kamera
 - ▶ vom optischen Zentrum
 - ▶ Berechnung: Kameragleichung rückwärts
 - ▶ entspricht zwei Winkel (horizontal, vertikal), relativ zur Kamera
- ▶ **Zwei Pixel haben einen Winkel unabhängig von Kameraorientierung**
 - ▶ zwei Strahlen
 - ▶ Winkel der Strahlen

Geometrische Rekonstruktion

Fundamentale Eigenschaft der Perspektive:

- ▶ **Distanzen lassen sich nicht rein aus Bildgrößen ausrechnen.**
- ▶ **mindestens eine Länge muss bekannt sein.**
- ▶ **so genannter Skalenmasstab**
- ▶ **Begründung: Würde man die ganze Szene inkl. Kamera skalieren, gäbe es das gleiche Bild aufnehmen.**
- ▶ **Theorem:**
 - ▶ Aus mehreren Kamerabildern einer Szene
 - ▶ läßt sich Szene geometrisch rekonstruieren
 - ▶ bis auf Lage des Koordinatensystems und Skalierung.
 - ▶ (unter einigen Bedingungen)

Geometrische Rekonstruktion

- ▶ **Frage an das Auditorium:**
 - ▶ Liefert die Brennweite (z.B. 8mm) einen Skalenmaßstab?
 - ▶ Liefert die Blende (Objektivdurchmesser) einen Skalenmaßstab?

Geometrische Rekonstruktion

▶ Frage an das Auditorium:

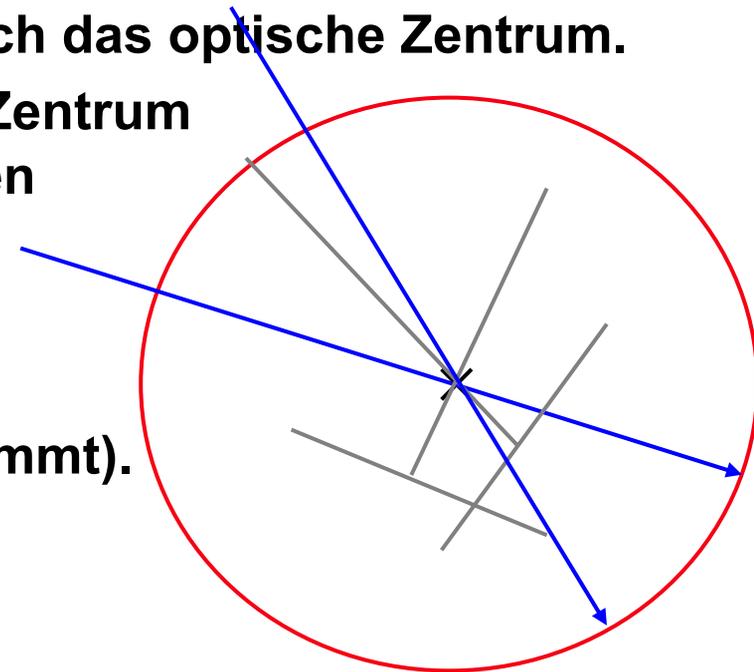
- ▶ Liefert die Brennweite (z.B. 8mm) einen Skalenmaßstab?
- ▶ Liefert die Blende (Objektivdurchmesser) einen Skalenmaßstab?

- ▶ **Brennweite: Nein, man kann die Brennweite nicht sehen. Das Bild bleibt das selbe, wenn man die Szene (Objekte und Kamerapose) skaliert, aber die Kamera selbst beibehält.**
- ▶ **Blende: Ja, z.B. bei Scharfstellung auf unendlich wird die Schärfe größer, wenn die Szene größer wird. Das unscharfe Bild eines Lichtpunktes entspricht der Blende an der Stelle des Punktes. Damit definiert die Blende einen Skalenmaßstab.**
- ▶ **Außer für Mikroskopie unpraktikabel, dort erlaubt es aber 3D Bilder zu generieren.**

Geometrische Rekonstruktion

Kugelbild

- ▶ Strahlen durch optisches Zentrum auf Kugel projizieren
- ▶ technisch nicht durchführbar.
- ▶ theoretisch: Helligkeit aller Strahlen durch das optische Zentrum.
- ▶ alle Kamerabilder mit selben optischen Zentrum (variabel bzgl. Orientierung, f_{eff} , κ) können daraus berechnet werden.
- ▶ Pixel \rightarrow Strahl \rightarrow Punkt auf Kugel
- ▶ \Rightarrow drehen der Kamera bringt keine neue Information (außer wo neues ins Bild kommt).
- ▶ dagegen, bewegen der Kamera bringt Information über die Tiefe.



Geometrische Rekonstruktion

Freiheitsgrade (DOF)

- ▶ **Anzahl der reellen Zahlen zur Beschreibung eines Objektes**
 - ▶ für jede Zahl +1 DOF
 - ▶ für jede Nebenbedingung -1 DOF
 - ▶ für jede Mehrdeutigkeit -1 DOF
- ▶ **Grobe Abschätzung, ob bestimmte Größen ausreichen, andere Größen zu bestimmen.**

Geometrische Rekonstruktion

Freiheitsgrade

- ▶ **Anzahl der reellen Zahlen zur Beschreibung eines Objektes**
 - ▶ für jede Zahl +1 DOF
 - ▶ für jede Nebenbedingung -1 DOF
 - ▶ für jede Mehrdeutigkeit -1 DOF
- ▶ **Grobe Abschätzung, ob bestimmte Größen ausreichen, andere Größen zu bestimmen.**
- ▶ **Frage an das Auditorium: Wie viele Freiheitsgrade hat**
 - ▶ ein Punkt im Raum?
 - ▶ eine Gerade im Raum?
 - ▶ ein Kreis in der Ebene?
 - ▶ ein Kreis im Raum?

Geometrische Rekonstruktion

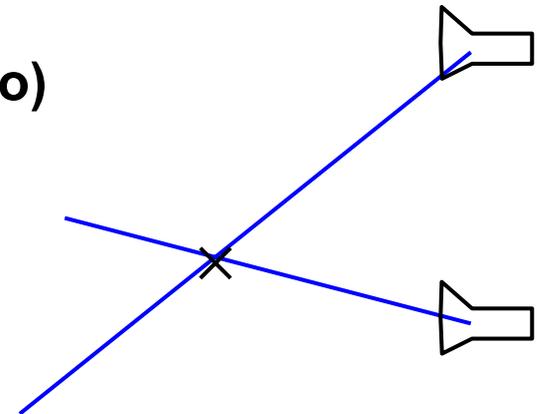
Freiheitsgrade

- ▶ **Anzahl der reellen Zahlen zur Beschreibung eines Objektes**
 - ▶ für jede Zahl +1 DOF
 - ▶ für jede Nebenbedingung -1 DOF
 - ▶ für jede Mehrdeutigkeit -1 DOF
- ▶ **Abschätzung, ob Größen ausreichen, andere Größen zu bestimmen.**
- ▶ **Frage an das Auditorium: Wie viele Freiheitsgrade hat**
 - ▶ ein Punkt im Raum? $3 \times 1 = 3$
 - ▶ eine Gerade im Raum? $2 \times 3 - 2 = 4$
 - ▶ ein Kreis in der Ebene? $2 + 1 = 3$
 - ▶ ein Kreis im Raum? $3 + 1 + (3 - 1) = 6$

Geometrische Rekonstruktion

unbekannte Punkte, bekannte Kameraposen:

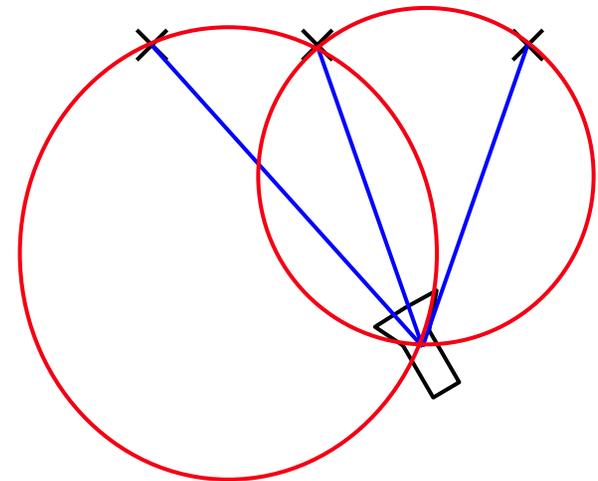
- ▶ **1 Kamerapose (2 DOF \rightarrow 2/3 DOF):**
 - ▶ Punkt liegt auf Geraden.
- ▶ **2 Kameraposen (4 DOF \rightarrow 3 DOF):**
 - ▶ volle Position.
- ▶ **2 Kameras mit bekannter Relativpose (Stereo) (4 DOF \rightarrow 3 DOF):**
 - ▶ Position relativ zur Kamera.



Geometrische Rekonstruktion

bekannte Punkte, unbekannte Kamera (2D) :

- ▶ **1 Punkt (1 DOF \rightarrow 1/3 DOF):**
 - ▶ Orientierung als Funktion der Position
- ▶ **2 Punkte (Abstand bekannt) (2 DOF \rightarrow 2/3 DOF):**
 - ▶ Kamera auf Kreis durch beide Punkte (Peripheriewinkelsatz)
 - ▶ Orientierung als Funktion der Position
- ▶ **3 Punkte (Bekanntes Dreieck) (3 DOF \rightarrow 3 DOF):**
 - ▶ Volle Position und Orientierung.



Geometrische Rekonstruktion

bekannte Punkte, unbekannte Kamera (3D) :

- ▶ **1 Punkt (2 DOF → 2/6 DOF):**
 - ▶ keine Information über Position.
 - ▶ bei bekannter Position Orientierung aber mit unbekannter Drehung um Strahl zum Punkt.
- ▶ **2 Punkte (Abstand bekannt) (4 DOF → 4/6 DOF):**
 - ▶ bei bekannter Position vollständige Orientierung (3 DOF Orientierung).
 - ▶ unbekannte Drehung um Verbindungsgeraden.
 - ▶ Position in der Kamera / Punkt / Punkt Ebene auf einem Kreis durch beide Punkte (1 DOF Position)
- ▶ **3 Punkte (bekanntes Dreieck)**
 - ▶ vollständige Position und Orientierung mit bis zu 4 Lösungen.
- ▶ **4 Punkte (bekanntes Viereck)**
 - ▶ vollständige Pose und f (Routine in Übungen vorgegeben)

Geometrische Rekonstruktion

bekannte Punkte, unbekannte Kamera (3D) :

- ▶ **viele Punkte (z.B. Gitter, Übung) (n-DOF)**
 - ▶ vollständige Pose, f , κ , x_{center} , y_{center} , (Kalibrierung)
- ▶ **beachten bei Kalibrierung**
 - ▶ Ohne Verzerrung: Kalibrierkörper soll möglichst das ganze Bild abdecken, sonst moderat sinkende Genauigkeit
 - ▶ mit Verzerrung: Kalibrierkörper muss (fast) das ganze Bild abdecken.
 - ▶ es müssen Punkte unterschiedlicher Tiefe in der Szene sein, weil sonst Abstand und Brennweite nicht unterschieden werden können.
 - ▶ Bildmitte (x_{center} , y_{center}) und Orientierung sind nur bei weitwinkligen Kameras unterscheidbar

Geometrische Rekonstruktion

Bekannte Geraden, unbekannte Kamera

- ▶ im Raum schneidende Geraden: Wie Punkte.
- ▶ parallele Geraden schneiden sich nicht im Raum
- ▶ schneiden sich aber im Bild (Fluchtpunkt).
- ▶ Fluchtpunkt ist Bild der Parallelen durchs optischen Zentrum
- ▶ \Rightarrow Fluchtpunkt unabhängig von Translation der Kamera / Geraden,
- ▶ Fluchtpunkt nur abhängig von Orientierung der Kamera / Richtung der Geraden.



RANSAC

RANSAC

Aufgabe

- ▶ **Beobachtung: Geometrische Rekonstruktion einer Größe erfordert Zuordnung Weltpunkten zu Bildpunkten.**
 - ▶ oft Zuordnung unbekannt, oder unsicher
 - ▶ oft fehlende Bildpunkte
 - ▶ oft überzählige Bildpunkte
- ▶ **Aufgabe 1: Bestimme Größe durch am besten passende Zuordnungen aus einer Menge potentieller Zuordnungen**
- ▶ **Aufgabe 2: Bestimme Größe durch am besten passende Zuordnungen ohne Vorgabe (schwierig!)**
- ▶ **Übung: Größe ist Kamerakalibrierung, Zuordnung ist Weltkoordinate X/Y für jede Linie, keine Vorgabe**
- ▶ **Lösung: Random Sample Consensus (RANSAC)**

RANSAC

Random Sample Consensus (RANSAC)

- ▶ **Idee: Für eine hypothetische Größe lässt sich prüfen, ob eine Zuordnung zu ihr passt.**
- ▶ **Übung: Setze Weltkoordinate für Linie und Kamerakalibrierung in Kameragleichung ein und vergleiche Bildlinie mit Schwellwert**
- ▶ **Anzahl der Zuordnungen die passen (*inlier*) ist Indikator für Hypothese**
- ▶ **Berechne hypothetische Größe aus zufällig gezogenen Zuordnungen (so viele DOF, wie nötig)**
- ▶ **Wiederhole mehrfach**
- ▶ **Ergebnis ist die Hypothese mit den meisten passenden Zuordnungen**

RANSAC

```
int count (vector<Association> ass, Parameters p)
{
    int ctr=0;
    for (int i=0; i<ass.size(); i++)
        if (p.compatibilityError(ass[i])<=THRESHOLD) ctr++;
    return ctr;
}
```

```
RANSAC (vector<Association> ass, Parameters p)
{
    int maxCount = -1;
    for (int i=0; i<NSAMPLES; i++) {
        vector<Association> sample;
        for (int j=0; j<NASSPERSAMPLE; j++)
            sample.push_back (ass[rand()%ass.size()]);
        Parameters hypP;
        hypP.computeFrom (sample);
        int cnt = count (ass, hypP);
        if (cnt>maxCount) {maxCount=cnt; p=hypP;}
    }
}
```

RANSAC

RANSAC ohne Vorgabe von potentiellen Zuordnungen

- ▶ übernehme Idee, modifiziere Ziehen und Zählen geschickt.
- ▶ **Beispiel Kamerakalibrierung von Liniengitter (Übung)**
 - ▶ ziehe zufällig vier Bildlinien (jeweils eine wirklich zufällig und deren Nachbarin)
 - ▶ berechne 4 Schnittpunkte
 - ▶ berechne Kamerakalibrierung aus den 4 Schnittpunkten
 - ▶ laufe durch alle Linien $X=-7..+7$ und $Y=-7..+7$
 - ▶ projiziere Linie mit Kamerakalibrierung
 - ▶ ist eine Bildlinie ähnlich genug (Schwellwert Distanz, Winkel) so passt sie
 - ▶ passen mehrere, wähle ähnlichste
 - ▶ wähle Kalibrierung bei der am meisten passen

Zusammenfassung

▶ Geometrische Rekonstruktion

- ▶ Kalibrierte Kamera ist ein Winkelmessgerät, eine Länge benötigt
- ▶ Meist ist es so, wie die Zahl der Freiheitsgrade suggeriert.
- ▶ Fluchtpunkt von parallelen Geraden hängt nur von Richtung ab.
- ▶ Zwei Winkel zu Landmarken beschränkt die Position auf einen Kreis.

▶ Kameragleichung in 3D (Parameter DOF)

- ▶ Transformation in Kamerakoordinaten $C2W^{-1}$ (6DOF)
 - ▶ Perspektive p (0 DOF)
 - ▶ Verzerrung d_{κ} (üblich: 0/1DOF)
 - ▶ Skalierung/Offset (1/3DOF)
- $$\begin{pmatrix} x_I \\ y_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{center} \\ y_{center} \end{pmatrix} + f_{eff} \cdot d_{\kappa} \left(p \left(C2W^{-1} \cdot p_W \right) \right)$$

▶ RANSAC

- ▶ finde passende Zuordnungen aus einer Menge von Zuordnungen
- ▶ generiere Hypothese aus zufällig gezogenen Zuordnungen
- ▶ zähle, wie viele Zuordnungen dazu passen