

Global konsistente visuelle Lokalisation ohne vorgegebene Karte

U. Frese, M. Hörmann und B. Bäuml, Oberpfaffenhofen

1

Dipl.Inform. Udo Frese ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Robotik und Mechatronik des Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR). Sein Arbeitsgebiet ist die visuelle Navigation mobiler Roboter.

Adresse: DLR / Institut für Robotik und Mechatronik, Postfach 1116, 82230 Wessling, Tel.: 08153/282426, Email: Udo.Frese@dlr.de, <http://www.robotic.dlr.de/MOBILE>

2

Martin Hörmann ist Diplomand an der TU München und hat sich während seiner Diplomarbeit am DLR mit automatischer Kartierung und Modellierung von geometrischen Unsicherheiten beschäftigt.

Adresse: DLR / Institut für Robotik und Mechatronik, Postfach 1116, 82230 Wessling Email: hoermann@robotic.dlr.de

3

Dipl.Phys. Berthold Bäuml ist Doktorand am Institut für Robotik und Mechatronik des DLR und beschäftigt sich mit biologisch motivierter Bildverarbeitung und mobiler Robotik.

Adresse:

Wir präsentieren ein Verfahren, das als Teil des visuellen Lokalisationssystems eines mobilen Roboters dessen Position ohne eine vorab gegebene Karte bestimmen kann. Es erhält von einem Bildverarbeitungsmodul, das nicht Gegenstand dieses Artikels ist, die Bildpositionen punktförmiger Umgebungsmerkmale, sogenannter Landmarken. Aus den daraus resultierenden Winkelmessungen und der Odometrie bildet es ein Netz von unscharfen räumlichen Beziehungen, das als Graph repräsentiert wird. Die Beziehungen werden metrisch auf den Kanten angegeben. Die Unschärfe wird hierbei mengenbasiert mit Ellipsoiden und Hyperboloiden modelliert. Für die Lokalisation löst dieser Ansatz die Konsistenzprobleme, die beim autonomen Aufbau weiträumiger Karten entstehen.

Globally Consistent Visual Localization without a-priori Map

We present a method that can be used as one module of a mobile robots visual localization system for estimating the robots position without using an a-priori map. It builds a network of uncertain spatial relations using odometry and angular measurements between the robot and certain landmarks, which have to be provided by a visual landmark recognition module that is not covered by this article. The network is modelled as a graph, where each edge represents an uncertain spatial relation, the uncertainty being denoted setbased using ellipsoids and hyperboloids. This method solves the consistency problems in large scale autonomous mapping.

1 Problematik

Mobile Roboter unterscheiden sich von ihren stationären Kollegen darin, daß ihr Arbeitsraum ein ganzes Gebäude und nicht nur eine einzelne Arbeitszelle umfaßt. Dadurch wird es praktisch unmöglich, einen exakten Plan der Umgebung vorzugeben oder sie so zu präparieren, daß der Roboter ohne sensorielle Rückkopplung darin arbeiten kann. Sollen mobile Roboter in Krankenhäusern, Bürogebäuden oder gar privaten Haushalten arbeiten, muß man daher ein System entwerfen, mit dem der Roboter sich rein sensoruell in einem Gebäude "zu-rechtfinden" kann.

Lokalisation, d.h. die Bestimmung von Position und Orientierung ist dafür eine Grundvoraussetzung. In unbekannter Umgebung muß der Roboter daher autonom eine Karte aufbauen und sich später in Bezug auf diese Karte lokalisieren. Basis der Lokalisation sind Sensoren, die metrische Beziehungen des Roboters zur Umgebung messen, z.B. Odometrie (Integration der Raddrehungen), Ultraschall, Laserscanner oder Kameras. Wir verwenden Odometrie und Kameras, wobei ein Bildverarbeitungsmodul im Kamerabild die Position von markanten Merkmalen wie Türecken oder Lichtschaltern, sogenannten visuellen Landmarken, bestimmt und daraus eine Peilung der Landmarke vom Roboter aus berechnet. Die beiden Sensoren erfüllen komplementäre Aufgaben: Die Odometrie ist immer verfügbar und auf kurze Strecken relativ genau, akkumuliert aber beliebig hohe Fehler. Die Landmarkenerkennung liefert nur Information, wenn sich eine bekannte Landmarke im Bild befindet, dafür aber mit einem beschränkten, nicht akkumulierenden Fehler.

Dieser Artikel stellt ein Verfahren vor, das aus den gegebenen Odometriemessungen und Landmarkenpeilungen autonom eine konsistente Karte der Landmarken aufbaut und die Roboterlage (Position und Orientierung) bzgl. dieser Karte bestimmen kann. Abschnitt 2 erläutert die Probleme autonomer Kartierung, Abschnitt 3 stellt das Verfahren zu Kartenaufbau und -auswertung und Abschnitt 4 die von dem Verfahren benötigte Modellierung unsicherer räumlicher Beziehungen vor.

2 Autonome Kartierung

Ist eine a-priori Karte des Gebäudes mit eingemessenen Landmarken vorgegeben, kann sich der Roboter in regelmäßigen Abständen bzgl. der Karte lokalisieren. Dadurch ist es möglich eine Lageschätzung in einem globalen Koordinatensystem, nämlich dem der Karte durchzuführen, deren Fehler beschränkt bleibt (typischerweise $\approx 0.1\text{m}$ in der Position und $\approx 5^\circ$ in der Orientierung). Speziell der kleine Orientierungsfehler erlaubt die Linearisierung der Roboterdrehung um den Schätzwert. Dadurch kann die Lageschätzung mit dem Extended Kalman Filter (EKF) [Yag95] oder linearisiert mengenbasiert [Han97] durchgeführt werden.

Verzichtet man, wie unser Verfahren, auf eine vorgegebene Karte, so ist der Winkelfehler unbeschränkt und Linearisierung unmöglich. Kartiert der Roboter ein unbekanntes Gebiet, ist die Odometrie die einzige Informationsquelle für seine Lage. Er benutzt Landmarkenpeilungen, um die Position vorher unbekannter Landmarken zu schätzen und in die Karte einzutragen. Diese Positionen sind als Folge der akkumulierten Fehler absolut sehr ungenau, relativ zueinander aber recht genau bekannt. Erreicht der Roboter später das kartierte Gebiet erneut, kann er sich über Peilungen zu den Landmarken lokalisieren, d.h. seine Lage relativ zu den Landmarken und damit relativ zur Karte genau bestimmen. Die Bestimmung der absoluten Lage ist unmöglich, aber auch nicht notwendig, da alle für die Erledigung einer Aufgabe wichtigen räumlichen Informationen, wie z.B. Gegenstände, Hindernisse und Türen, ursprünglich relativ zum Roboter gemessen wurden und relativ zu den Landmarken in der Karte verzeichnet sind.

Aus dieser Diskussion folgt die Anforderung an ein Kartierungsverfahren, Genauigkeit von Relativlagen bei gleichzeitiger Ungenauigkeit von Absolutlagen repräsentieren zu können. Diese Anforderung erfüllt auch der EKF, wo sich die Information über Relativgenauigkeit in der Kovarianzmatrix widerspiegelt. Der EKF versagt aber bei folgender Situation:

Fährt der Roboter beim Kartieren im Kreis, so stimmen wegen der akkumulierten Ungenauigkeit Anfang und Ende des Kreises in der Karte nicht überein. Die Karte wird dadurch inkonsistent. Erkennt der Roboter den Anfang des Kreises wieder, z.B. indem er dort in die Karte eingetragene Landmarken identifiziert, kann er die Karte korrigieren indem er den Kreis passend "verbiegt". Bisher wird dies nur von wenigen Ansätzen unterstützt ([Thr98a] für einen Überblick). Grundsätzlich läßt der EKF Korrekturen im Nachhinein zu. Er linea-

riert allerdings die Meßgleichung um den Schätzwert im Moment der Messung. Führt die Korrektur der Karte zur Drehung einzelner Kartenteile um mehr als $\approx 20^\circ$, verändern sich dadurch an sich genaue Relativpositionen und die Karte wird unbrauchbar.

Ein neueres Verfahren von Thrun [Thr98b] generiert global konsistente Karten durch eine stochastische Formulierung und maximum-likelihood Optimierung. Es verarbeitet neben Ungenauigkeiten auch Irrtümer (z.B. verwechselte Landmarken), benötigt aber sehr hohe Rechenzeit (40 Minuten in einem Beispiel).

Gutmann [Gut99] (auf Basis von [Lu97]) repräsentiert aus dem Vergleich von Laserscans und der Odometrie gewonnene Relativlagen als Graph, auf den eine nichtlineare Ausgleichsrechnung angewandt wird. Der Graph und damit die Laufzeit der Ausgleichsrechnung ($O(n^3)$) wachsen beim Kartieren ständig, auch wenn der Roboter durch schon kartiertes Gebiet fährt.

Unser Verfahren basiert auf der Idee, zunächst alle Messungen zu speichern, und dann, wo es die gewünschte Genauigkeit zuläßt, Messungen zusammenzufassen und so die Grösse der Karte beschränkt zu halten. Es kombiniert dadurch Vorteile der nichtlinearen Ausgleichsrechnung, die alle Messungen speichert und des EKF, der alle Messungen zusammenfaßt.

3 Graph räumlicher Beziehungen

3.1 Aufbau

Die Darstellung der Messungen und später der durch Zusammenfassen abgeleiteten Beziehungen erfolgt in einem Graphen dessen Knoten die Landmarken (als Position) sowie aktuelle und frühere Roboterlagen (als Position mit Orientierung) repräsentieren. Dadurch definieren letztere Knoten Koordinatensysteme. Die Knoten selbst enthalten keine Information (etwa globale Koordinaten). Sie dienen nur als Bezug für gerichtete Kanten, die jeweils eine metrische Beziehung zwischen zwei Knoten speichern. Bild 1 zeigt ein Beispiel für einen so entstehenden Graphen.

Da Messungen fehlerbehaftet sind, müssen die Kanten mit einer Genauigkeitsangabe versehen werden. Oft wird Genauigkeit stochastisch modelliert, was in unserem Verfahren Probleme mit stochastischer Abhängigkeit infolge von Graphumformungen bereiten würde. Wir haben daher den mengenbasierten "unknown-but-bounded" Ansatz gewählt [Sch68].

Eine unsicherheitsbehaftete Beziehung wird auf der Kante als Menge von möglichen Relativlagen des Zielknotens im Koordinatensystem des Startknotens gespeichert. Die Bedeutung hierbei ist, daß man es als zugesichert annimmt, daß die wirkliche Beziehung Element der Menge ist, man aber unter den verschiedenen Elementen keine Unterscheidung macht. Kleine Mengen korrespondieren daher zu genauen, große zu ungenauen Beziehungen. Die algorithmische Darstellung der Mengen erfolgt über Quadriken (Abschnitt 4).

Die Kanten unterscheiden sich nach der Anzahl der Freiheitsgrade (DOF), die sie festlegen: Odometrische

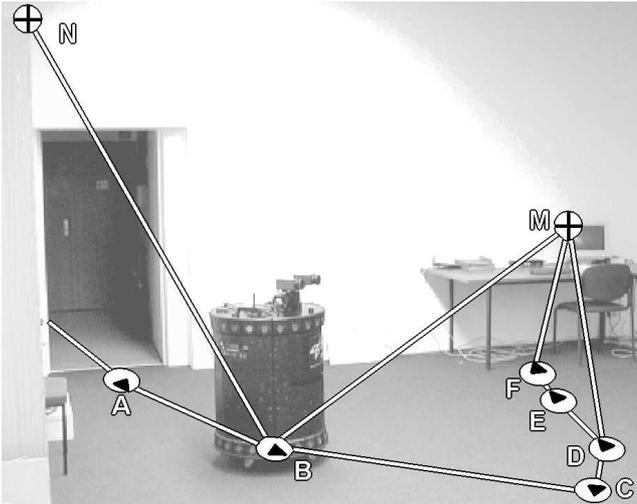


Bild 1: Der Roboter befährt den Raum von der Tür im Bogen zum Tisch und beobachtet dabei zwei Landmarken: Die Ecke des Schrankes (links) und des Monitors (rechts). Dem Bild überlagert ist der vom unserem Verfahren erzeugte Graph.

Messungen $\vec{x} := (\vec{x}_p, x_\phi)$ bestehen aus der relativen Position \vec{x}_p und Orientierung in der Ebene x_ϕ und bilden somit 4-DOF Kanten. Landmarkenpeilungen liefern horizontale und vertikale Winkel relativ zum Roboter und sind daher 2-DOF Kanten. Unser Verfahren kombiniert sie durch Triangulation zu 3-DOF Kanten, die zusätzlich die Entfernung und damit die Relativposition festlegen.

3.2 Auswertung

Im Graph ist alle Information, die der Roboter über seine Umgebung hat, enthalten. Will man sie auswerten, um z. B. die Relativlage zweier Knoten zu bestimmen, muß man die Beziehungen auf den Kanten miteinander verknüpfen. Im folgenden bezeichnen Buchstaben Knoten und damit Koordinatensysteme, \overline{XY} bezeichnet sowohl die Kante von X nach Y, als auch die auf ihr gespeicherte Menge von Relativlagen Y in X. $\overline{UV\dots Z}$ bezeichnet einen Weg von U über V usw. nach Z

Betrachten wir Bild 1. Es gibt keine Kante zwischen A und C. Um deren Relativlage zu bestimmen, müssen daher die Kanten \overline{AB} und \overline{BC} zu einer Kante \overline{AC} verkettet werden, indem man vektoriell alle Relativlagen von C in B an alle Relativlagen von B in A hängt:

$$\overline{AC} = \left\{ \begin{pmatrix} \vec{x}_p \\ x_\phi \end{pmatrix} + \mathbf{D}_{x_\phi} \cdot \begin{pmatrix} \vec{y}_p \\ y_\phi \end{pmatrix} \mid \begin{pmatrix} \vec{x}_p, x_\phi \\ \vec{y}_p, y_\phi \end{pmatrix}^T \in \overline{AB}, \begin{pmatrix} \vec{y}_p, y_\phi \end{pmatrix}^T \in \overline{BC} \right\}$$

Hierbei ist \mathbf{D}_ϕ die Drehmatrix in der X/Y Ebene und um den Winkel ϕ . Zudem kann man Kanten invertieren, d. h. aus einer Beziehung B in A eine Beziehung A in B bilden. Induktiv fortgesetzt lassen sich die Kanten jedes Weges im Graphen zu einer Beziehung zwischen Start- und Zielknoten verketteten und für mehrere Wege mit gleichem Start- und Zielknoten danach schneiden (z. B. $\overline{BCDEF} \cap \overline{BMF}$), so daß sich eine kleinere Menge also eine genauere Relativlage ergibt. Schneidet man die Verkettung aller Wege, die zwei Knoten verbinden, erhält man die schärfste mögliche Aussage über deren Relativlage.

Die zwei wichtigsten Auswertungsformen "Triangulation von Landmarken" und "Lokalisation über Landmarken" werden durch diese Operationen implizit ausgeführt. Verkettet man z. B. in Bild 1 \overline{BCDM} und schneidet das Ergebnis mit \overline{BM} , erhält man eine neue Kante \overline{BM} und damit eine genauere Landmarkenposition. Außer in Ausnahmefällen ergibt sich als Schnitt auch dann eine 3-DOF Kante, wenn \overline{BM} und \overline{DM} 2-DOF Kanten sind und zwar implizit durch eine Triangulation über die Strecke \overline{BCD} . Eine implizite Lokalisation erreicht man durch Verkettung von \overline{BM} mit \overline{MF} zu einer zusätzlichen Kante \overline{BF} , die mit der Verkettung der odometrischen Kanten \overline{BCDEF} eine verbesserte Roboterlage F in Bezug auf B liefert.

Wichtig an dieser Art der Auswertung ist, daß die Berechnung „so relativ wie möglich“ erfolgt: Die Genauigkeit einer Relativlage wird nur durch die Ungenauigkeiten der betrachteten Kanten beeinflusst.

3.3 Vereinfachung

Der Graph enthält bisher für jede Messung eine Kante und für jede frühere Roboterlage einen Knoten und wächst, auch, wenn der Roboter in schon bekanntem Gebiet fährt. Er muß daher durch Zusammenfassen von Kanten sowie Löschen von nicht mehr benötigten Knoten, besonders ehemaligen Roboterlagen, vereinfacht werden.

Mehrere Kanten zwischen denselben Knoten können durch ihren Schnitt ersetzt werden. Ein nicht mehr benötigter Knoten läßt sich entfernen, indem man alle Paare von inzidenten Kanten verkettet und die Ergebnisse in den Graphen einträgt. (Bild 2: Durch Entfernen von B werden aus den Verkettungen \overline{ABC} , \overline{ABM} , \overline{CBM} , \overline{ABN} , \overline{CBN} die Kanten \overline{AC} , \overline{AM} , \overline{CM} , \overline{AN} , \overline{CN}).

Zwei 2/3-DOF Kanten werden nicht verkettet. Das Resultat einer solchen Verkettung wäre eine Kante von Landmarke zu Landmarke, die in unserem Verfahren eine undefinierte Bedeutung hätte, weil eine Landmarke kein Koordinatensystem definiert, bzgl. dessen die zu der Kante gehörende Relativlage angegeben werden müsste. Da es das Ziel der Graphvereinfachung ist, deutlich weniger Roboterlagen- als Landmarkenknoten zu behalten, wird durch den Verzicht auf direkte Kanten zwischen Landmarken die Größe des Graphen begrenzt. Andererseits wird eine zusätzliche Ungenauigkeit in der ansonsten äquivalenten Umformung erzeugt, die von der Ungenauigkeit der am Knoten inzidenten 4-DOF Kanten abhängt.

Dadurch, daß man die Knoten löscht, die zum geringsten Informationsverlust führen, hat man die Möglichkeit diesen zu minimieren und die Abwägung zwischen Kartengröße und Genauigkeit vorzugeben.

Ein andere Sichtweise auf den Vereinfachungsprozess ist folgende. Von der dichten Folge ehemaliger Roboterlagen bleiben nur noch wenige übrig, die implizit die Aufgabe von Referenzkoordinatensystemen für einen Teil des Graphen übernehmen. Die Kanten zwischen ihnen und den Landmarken drücken aus, bzgl. welchen Koordinatensystems die Marken eingemessen wurden. Solange der Roboter in bekanntem Gebiet fährt,

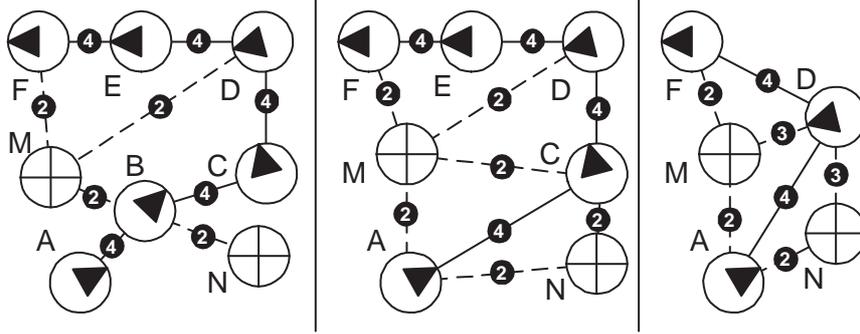


Bild 2: Vereinfachung des Graphen durch Eliminierung mehrerer Knoten. **Links:** Graph aus Bild 1 nach Kartierung eines Raumes. Die Ziffern geben die DOF der Kante an. **Mitte:** Knoten B wird eliminiert. Die Verkettung NBM ist nicht mehr möglich. An ihre Stelle tritt $\overline{NCM} \cap \overline{NAM}$, was dem vorherigen $\overline{NBCBM} \cap \overline{NBABM}$ entspricht und daher ungenauer ist. **Rechts:** C und E werden eliminiert, dabei werden \overline{DM} und \overline{DN} durch Schnitt zu 3-DOF Kanten. Auf Eliminierung von D wird, z.B. wegen zu hoher Ungenauigkeit von \overline{AD} und \overline{DF} verzichtet.

bilden sich durch Verkettung über Marken stets genaue Kanten von neuen Roboterlagen zu alten Referenzsystemen, so daß die neuen gelöscht werden können. Dadurch wächst die Karte nur, wenn der Roboter Neuland betritt (im Unterschied zu [Gut99]).

4 Modellierung metrischer Beziehungen

Um die im vorigen Abschnitt erläuterten Verfahren zu realisieren, muß eine Repräsentation für „Mengen von Relativlagen“ mit Algorithmen für die benötigten Verknüpfungen gefunden werden. Unsere Intention ist, wo möglich, die Repräsentation unabhängig vom Graphen im Sinne eines abstrakten Datentyps zu kapseln.

4.1 Darstellung

Wir verwenden 4D Quadriken, d.h. quadratische Ungleichungen über $\vec{x} = (x_x, x_y, x_z, x_\phi)$, also über Relativposition $\vec{x}_p = (x_x, x_y, x_z)$ und -orientierung x_ϕ , zur Darstellung der 4-DOF Kanten, entsprechend dem „unknown-but-bounded“-Fehlermodell [Sch68] (2D Beispiele in Bild 3-7). Es entstehen Ellipsoide

$$\{\vec{x} | (\vec{x} - \vec{a})^T \mathbf{A} (\vec{x} - \vec{a}) + \alpha \leq 0\}$$

wie sie auch [Han97] verwendet. Die Ungleichungen werden in quadratischer Ergänzung betrachtet, wodurch die Lage des Ellipsoids durch die Ergänzung \vec{a} sowie Form und Größe durch die symmetrische Matrix \mathbf{A} der quadratischen Terme und den absoluten Term α bestimmt werden. 3-DOF Kanten werden analog aus Ungleichungen über \vec{x}_p gebildet. Eine wesentliche Erweiterung ist nötig, um auch 2-DOF Kanten repräsentieren zu können. Diese sollen die Menge aller Relativpositionen einer Landmarke beschreiben, die mit ihrer Position im Kamerabild vereinbar sind. Die Menge muß daher in Richtung des Sichtstrahls unendlich ausgedehnt sein, und ihre Ausdehnung quer dazu muß proportional zur Entfernung zunehmen. Wir stellen 2-DOF Beziehungen durch Hyperboloide dar. Diese entstehen durch Wahl von \mathbf{A} als eine Matrix mit einem einzelnen negativen Eigenwert in Richtung des Sichtstrahls (Bild 3). Das Verhältnis des negativen zu den beiden positiven Eigenwerten bestimmt den Öffnungswinkel und damit die Winkelgenauigkeit, während sich durch $\alpha > 0$ eine

Mindestentfernung zur Landmarke darstellen läßt. Hanebeck umgeht das Problem, indem er als Menge einen unendlichen Zylinder bildet, dessen Breite sich aus Winkelunsicherheit und der erwarteten Entfernung gemäß Vorschätzung und a-priori Karte ergibt.

4.2 Operationen

Es folgt eine mathematische Beschreibung der benötigten Elementaroperationen Schnitt, Verkettung und Inversion. Dazu werden zuerst einige Hilfsoperationen beschrieben. Im allgemeinen Fall lassen sich Schnitt und Verkettung zweier Quadriken und die Inversion einer Quadrik nicht wieder als Quadrik ausdrücken. Es wird statt dessen eine Quadrik berechnet, die die echte Ergebnismenge möglichst eng überdeckt. Das Verfahren ist also konservativ. Die hierdurch zusätzlich eingeführten Fehler liegen aber immer in der Größenordnung der schon vorhandenen Fehler. Nicht die Verknüpfung der Größen wird also genähert, sondern nur die Verknüpfung der Fehler der Größen.

Die Beweise für die Korrektheit der Operationen werden in Kürze veröffentlicht [Fre00]. Für den Rechenaufwand der Operationen ist zu beachten, daß alle Matrizen nur Dimension 4×4 oder 3×3 haben und viele der Rechnungen nur in Sonderfällen nötig sind.

Für die folgende Beschreibung seien P und Q die zu verknüpfenden Quadriken:

$$P := \{\vec{x} | p(\vec{x}) := (\vec{x} - \vec{a})^T \mathbf{A} (\vec{x} - \vec{a}) + \alpha \leq 0\},$$

$$Q := \{\vec{y} | q(\vec{y}) := (\vec{y} - \vec{b})^T \mathbf{B} (\vec{y} - \vec{b}) + \beta \leq 0\}.$$

a) *Transformation* : Affine Transformationen (Koordinatensystemwechsel) ohne Unsicherheit lassen sich durch Substitution von $\vec{x} \rightarrow \mathbf{T}\vec{x} + \vec{v}$ in der Definitionsungleichung durchführen. Insbesondere kann man durch Doppeldiagonaltransformation zwei Quadriken gleichzeitig so transformieren, daß die Matrizen beider Diagonalgestalt haben. Bedingung dafür ist, daß \mathbf{A} , \mathbf{B} oder eine gewichtete Summe $\mathbf{C} := \lambda\mathbf{A} + \mu\mathbf{B}$, mit $\lambda, \mu > 0$ beider positiv definit ist.

b) *Gütemaß* : Im weiteren wird es mehrfach notwendig sein, aus einer Menge von Quadriken, die alle die wirkliche Lösungsmenge überdecken, die kleinste auszuwählen. Als Maß hierfür eignet sich bei Ellipsoiden das Volumen $\sim 1/\sqrt{|\mathbf{A}/\alpha|}$. Bei Hyperboloiden muß man die Eigenwerte $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq 0 > \lambda_3$ betrachten. Charakteristische Maße sind dann der Öffnungsflächenwinkel $\sim m_1 := \lambda_3/\sqrt{\lambda_1\lambda_2}$ und das Scheitelabstandsquadrat

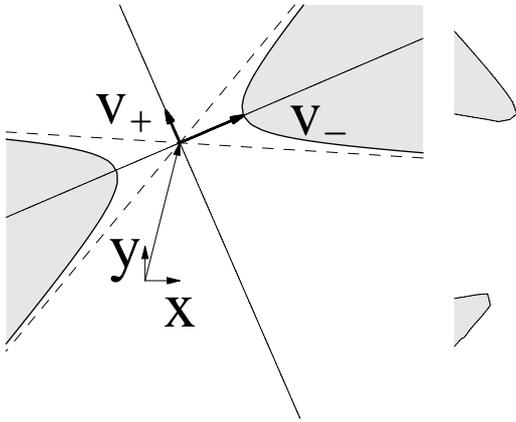


Bild 3: Kriterien für Hyperbeln: Öffnungswinkel und Scheitelabstand

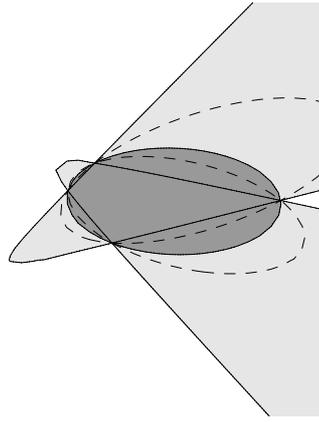


Bild 4: Schnitt zweier Hyperbeln durch Variation von λ , optimales λ (dunkel)

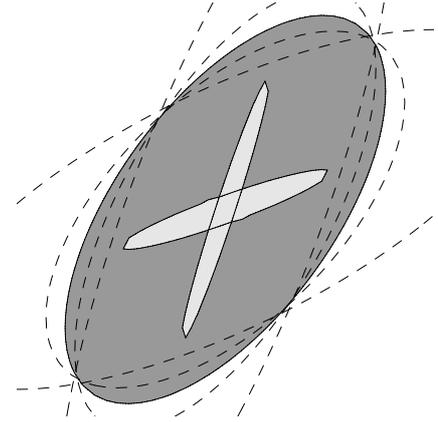


Bild 5: Minkowski-Summe zweier Ellipsen mit verschiedenen λ , optimales λ (dunkel)

$m_2 := -\alpha\lambda_3^{-1}$ (Bild 3). Da beide unterschiedliche Einheiten (1 bzw. m^2) haben, muß für die Verknüpfung ein Skalenfaktor vorgegeben werden. Eine gute Heuristik ist $m_1^2 \log(e^{-m_2/\xi} + 1)$, wobei ξ in der Größenordnung von $1m^2$ liegt.

c) *Schnitt* : Die gewichtete Summe

$$r(\vec{x}) := (1/2 + \lambda)p(\vec{x}) + (1/2 - \lambda)q(\vec{x}),$$

$$-1/2 \leq \lambda \leq +1/2$$

ist wieder eine Quadrik und überdeckt den Schnitt von P und Q , $P \cap Q \subset \{\vec{x} | r(\vec{x}) \leq 0\}$. Je nach λ nimmt das Ergebnis mehr die Form von P oder Q an. Durch Optimierung über λ wird das kleinste Ergebnis ausgewählt. Bemerkenswert ist hierbei, daß sich ein Ellipsoid als Ergebnis ergibt, wenn zwei Hyperboloide einen endlichen Schnitt haben (Bild 4).

d) *Minkowski-Summe* : Die Minkowski-Summe $P + Q = \{x + y | x \in P, y \in Q\}$ wird, falls $\mathbf{A} + \mathbf{B} \geq 0$ ist von folgender Quadrik überdeckt:

$$P + Q \subset \{\vec{z} | (\vec{z} - \vec{c})^T \mathbf{C} (\vec{z} - \vec{c}) + \gamma \leq 0\},$$

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}, \quad \gamma = \alpha + \beta, \quad \mathbf{C} = (\mathbf{A}^{-1} + \mathbf{B}^{-1})^{-1}$$

Vorherige Skalierung der Quadriken

$$\mathbf{A}_\lambda := (1/2 + \lambda)\mathbf{A}, \quad \alpha_\lambda := (1/2 + \lambda)\alpha,$$

$$\mathbf{B}_\lambda := (1/2 - \lambda)\mathbf{B}, \quad \beta_\lambda := (1/2 - \lambda)\beta,$$

$$-1/2 \leq \lambda \leq +1/2$$

liefert eine Menge von Lösungen, aus der man die kleinste als Endergebnis wählt (Bild 5). Hierbei muß sich die Optimierung natürlich auf die λ beschränken, für die $\mathbf{A}_\lambda + \mathbf{B}_\lambda$ positiv definit ist. Im Falle zweier Hyperboloide kann es vorkommen, daß es kein solches λ gibt. Dann ist die Minkowski-Summe der ganze Raum und im unknown-but-bounded Modell aussagegelos.

e) *Unsichere Drehung* : Wir drehen die Quadrik Q von $-\hat{\phi}$ bis $+\hat{\phi}$ und berechnen eine neue Quadrik, die die entstehende Menge überdeckt (Bild 6, 7). Die Drehung soll um den Mittelpunkt \vec{b} der Quadrik Q erfolgen, weshalb man ohne Einschränkung $\vec{b} = \vec{0}$ annehmen kann. Ist Q ein Ellipsoid, so läßt sich die Menge berechnen, indem man Q um die drei extremen Winkel $-\hat{\phi}$, 0 und $+\hat{\phi}$ dreht,

die Resultate vereinigt und um $1/\cos(\hat{\phi}/2)$ vergrößert. Es ergibt sich die Ergebnisquadrik

$$\{\vec{x}^T \mathbf{E} \vec{x} + \beta \leq 0\},$$

$$\mathbf{E} := \cos^2(\hat{\phi}/2) \min(\mathbf{B}, \mathbf{B}_-, \mathbf{B}_+),$$

$$\mathbf{B}_- = \mathbf{D}_{-\hat{\phi}}^T \mathbf{B} \mathbf{D}_{-\hat{\phi}}, \quad \mathbf{B}_+ = \mathbf{D}_{+\hat{\phi}}^T \mathbf{B} \mathbf{D}_{+\hat{\phi}}.$$

Dabei ist $\min(\mathbf{M}, \mathbf{N})$ definiert als die grösste Matrix, die $\leq \mathbf{M}$ und $\leq \mathbf{N}$ ist¹. Man berechnet sie durch Doppel-diagonaltransformation von \mathbf{M} und \mathbf{N} und Wählen der jeweils kleineren Diagonalwerte.

Im Falle eines Hyperboloids ist im allgemeinen eine Doppeldiagonaltransformation nicht möglich, weil \mathbf{B}_- , \mathbf{B} und \mathbf{B}_+ nicht positiv definit sind. Daher wählen wir eine Matrix \mathbf{X} so, daß durch Addition zu \mathbf{B}_- , \mathbf{B} und \mathbf{B}_+ alle drei positiv definit werden. Die Ergebnisquadrik mit der wie folgt berechneten Matrix \mathbf{E} überdeckt dann das gedrehte Hyperboloid:

$$\mathbf{E} := \cos^2(\hat{\phi}/2) \min(\mathbf{B} + \mathbf{X}, \mathbf{B}_- + \mathbf{X}, \mathbf{B}_+ + \mathbf{X}) - \mathbf{X},$$

$$\mathbf{X} := \xi \frac{\cos(\gamma)}{\cos(\gamma + \delta)} \lambda_3 \vec{v} \vec{v}^T, \quad \xi > 1,$$

wobei λ_3 negativer Eigenwert von \mathbf{B} , \vec{v} der dazugehörige Eigenvektor, γ der Öffnungswinkel von Q und δ der Winkel zwischen gedrehtem und ungedrehtem \vec{v} (immer $\leq \hat{\phi}$) ist. Als gute Wahl für den freien Parameter ξ hat sich $\xi = 2$ erwiesen.

f) *Verkettung mit einem Vektor* : P soll mit \vec{b} , d.h. einer exakten Relativlage ohne Unsicherheit verkettet werden. Dies ist keine unsicherheitsfreie Transformation wie in a), weil \vec{b} durch den Winkel von P unsicher gedreht wird. Durch die Substitution $\vec{x} \rightarrow \vec{x} - \mathbf{D}_\phi \vec{b}$ ergäbe sich die exakte Verkettung von P mit \vec{b} :

$$\left\{ (\vec{x}_p, x_\phi)^T + \mathbf{D}_{x_\phi} \vec{b} \mid (\vec{x}_p, x_\phi)^T \in P \right\}.$$

Diese Menge ist keine Quadrik. Um sie mit einer Quadrik zu umschreiben, muß in der Substitution der Term $\mathbf{D}_\phi \vec{b}$ linear genähert und der Linearisierungsfehler durch

¹ $\mathbf{M} \leq \mathbf{N}$ ist definiert als $\vec{x}^T \mathbf{M} \vec{x} \leq \vec{x}^T \mathbf{N} \vec{x}$ für alle \vec{x} . Dementsprechend bedeutet $\mathbf{0} \leq \mathbf{N}$, daß \mathbf{N} positiv definit ist.

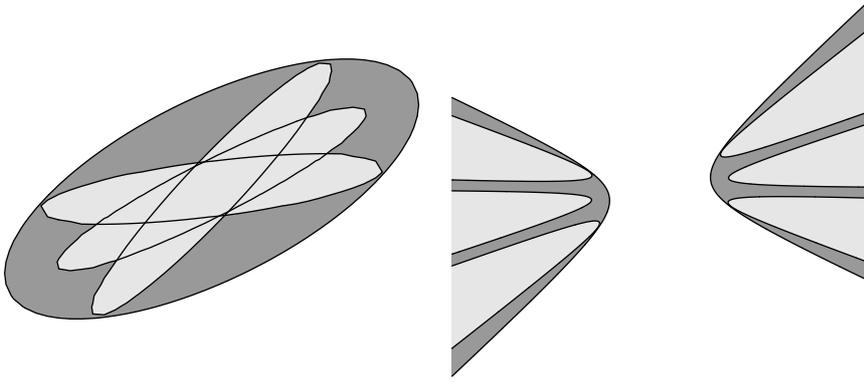


Bild 6: Rotation einer Ellipse um den Winkelbereich $[-20^\circ \dots 20^\circ]$

Bild 7: Rotation einer Hyperbel um den Winkelbereich $[-20^\circ \dots 20^\circ]$

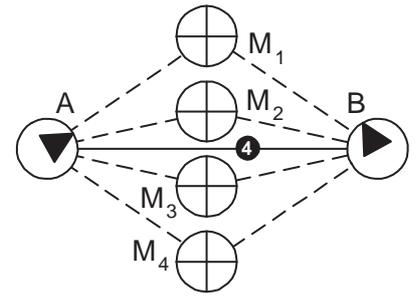


Bild 8: Lokalisation aufgrund mehrerer Landmarkenpeilungen

Minkowski-Addition einer Fehlerquadrik R überdeckt werden. Als Ergebnis S ergibt sich

$$\begin{aligned}
 S &:= \{\vec{x} | s(\vec{x} - \vec{a})^T \mathbf{A} s(\vec{x} - \vec{a}) + \alpha \leq 0\} + R, \\
 s(\vec{x}) &:= \vec{x} - \vec{v}_1 - \xi_1 \vec{v}_2 - \xi_2 \vec{v}_3 (x_\phi - a_\phi), \\
 \vec{v}_1 &:= (0, 0, b_z, b_\phi)^T, \\
 \vec{v}_2 &:= \mathbf{D}_{a_\phi} (b_x, b_y, 0, 0)^T, \\
 \vec{v}_3 &:= \mathbf{D}_{a_\phi} (-b_y, b_x, 0, 0)^T, \\
 R &:= \{\vec{r} | \vec{r}^T (\xi_3^{-2} \vec{v}_2 \vec{v}_2^T + \xi_4^{-2} \vec{v}_3 \vec{v}_3^T) \vec{r} - 1 \leq 0\}.
 \end{aligned}$$

Die Form der linearen Näherung wird durch ξ_1, ξ_2 bestimmt. ξ_3, ξ_4 schätzen ihren Fehler ab. Alle vier werden in Abhängigkeit vom maximalen Drehwinkel $\hat{\phi}$ angegeben. Die übliche Taylor-Näherung um a_ϕ erhält man durch

$$\begin{aligned}
 \xi_1 &:= 1, & \xi_2 &:= 1, \\
 \xi_3 &:= 1 - \cos \hat{\phi}, & \xi_4 &:= \hat{\phi} - \sin \hat{\phi}.
 \end{aligned}$$

Als wesentlich bessere Alternative erweist sich folgende heuristische Wahl, die im Grenzwert $\hat{\phi} \rightarrow 0$ gegen die Taylor-Näherung konvergiert, für große $\hat{\phi}$ aber die wirkliche Menge wesentlich enger umschließt:

$$\begin{aligned}
 \xi_1 &:= \cos \hat{\phi} + \xi_3, & \xi_2 &:= \sin \hat{\phi} / \hat{\phi}, \\
 \delta &:= 1 - \hat{\phi} / \pi, & \xi_3 &:= 1.1 \delta (1 - \cos \hat{\phi}) / 2, \\
 \xi_4 &:= 0.75 \delta \arccos(\sin \hat{\phi} / \hat{\phi}) (1 - \cos \hat{\phi}) / (2\pi).
 \end{aligned}$$

g) *Verkettung*: Die Verkettung von P (nur 4-DOF) und Q (2/3/4-DOF) geschieht in drei Schritten. Zuerst verkettet man P mit \vec{b} gemäß f). Dann dreht man $(Q - \vec{b})$ um den Winkelbereich von P wie in e). Von den Resultaten bildet man die Minkowski-Summe nach d).

h) *Inversion*: Bei der Inversion von P (4-DOF) führt die Orientierungsunsicherheit wie bei der Verkettung zu einer unsicheren Drehung. Man dreht daher $(P - \vec{a})$ mathematisch negativ um den Winkelbereich von P und verkettet mit $-\vec{a}$.

4.3 Verkettung von 2/3-DOF Kanten

Probleme bereitet die Situation in Bild 8, die auftritt, wenn der Roboter sich durch Peilung mehrerer Landmarken lokalisieren soll. Von Knoten A (ehemalige Roboterlage als Referenzsystem) und B (neue Roboterlage)

gehen 2/3-DOF Kanten zu verschiedenen Landmarken M_i . Möglicherweise gibt es eine Kante \overline{AB} . Gesucht ist nun eine möglichst genaue Beziehung \overline{AB} .

Die ideale Vorgehensweise bestünde darin, die Verkettungen $\overline{AM_iB}$ zu schneiden.

$$\overline{AM_iB} = \left\{ \begin{pmatrix} \vec{x}_p - \mathbf{D}_\phi \vec{y}_p \\ \phi \end{pmatrix} \middle| \begin{array}{l} \vec{x}_p \in \overline{AM_i}, \vec{y}_p \in \overline{BM_i}, \\ \phi \in [0 \dots 2\pi] \end{array} \right\}.$$

Diese Mengen bestehen aus allen Relativlagen B in A , die mit den Peilungen zu Landmarke M_i verträglich sind. Da aber anders als bei der Verkettung von 4-DOF Quadriken ϕ völlig frei ist, entsteht im vierdimensionalen Raum eine Spirale mit X/Y als Drehebene und ϕ als Achse, die nicht mehr eng mit einer Quadrik zu umschreiben ist. Allerdings ist es normalerweise so, daß der Schnitt der verschiedenen Spiralen, also die Kombination der Information aus verschiedenen Landmarkenpeilungen, wieder so klein ist, daß man ihn eng mit einer Quadrik umschreiben kann. Deren Eintragung als Kante \overline{AB} ist der essentielle Schritt bei der Lokalisation des Roboters, weil sie die Beziehung zwischen der aktuellen Roboterlage und der Lage beim Kartieren herstellt.

Das Hauptproblem ist die Nichtlinearität der Drehung. Dieser Abschnitt erläutert die Vorgehensweise, wenn durch eine 4-DOF Kante \overline{AB} eine hinreichend enge (ca. 10°) Einschränkung der Orientierung besteht. Abschnitt 4.4 generalisiert auf den allgemeinen Fall.

Vorweg werden $\overline{AM_i}$ bzw. $\overline{BM_i}$ mit $\overline{ABM_i}$ bzw. $\overline{BAM_i}$ geschnitten, um möglichst viele 3-DOF Beziehungen zu erhalten. Wie bei der Verkettung von 4-DOF Beziehungen läßt sich $\overline{AM_iB}$ für den aufgrund der direkten Kante \overline{AB} relevanten Winkelbereich als 4-DOF Quadrik überdecken, wenn $\overline{AM_i}$ und $\overline{BM_i}$ 3-DOF Kanten sind. Sobald eine der Kanten 2-DOF ist, läßt sich nur eine Verkettung als 2-DOF Kante, d. h. die Projektion von $\overline{AM_iB}$ in den Positionsraum bilden. Zwei 2-DOF Kanten lassen sich nicht sinnvoll verketteten. Alle gewonnenen \overline{AB} Beziehungen werden geschnitten. Die 4-DOF Verkettungen sind hierbei viel wertvoller, weil ihre Schnitte Lagen liefern, die gleichzeitig mit allen Landmarkenpeilungen verträglich sind. Der Schnitt von 2/3-DOF Verkettungen liefert nur eine Menge von Positionen, an denen es für jede Landmarke eine verträgliche Orientierung gibt.

4.4 2/3-DOF Verkettung ohne Winkeleinschränkung

Existiert keine 4-DOF Kante \overline{AB} oder ist deren Orientierungsunsicherheit zu groß, liefert das Verfahren aus dem vorangehenden Abschnitt keine sinnvollen Ergebnisse mehr, weil die Näherung der einzelnen Verkettungen zu ungenau wird. Die Lösung ist, enge Schranken für den Winkelbereich der gesuchten Kante \overline{AB} zu bestimmen, mit der als zusätzlicher Einschränkung das Verfahren ein hinreichend enges Ergebnis liefert. Dazu setzt man willkürliche Winkelintervalle als Annahme und testet, ob sich ein Widerspruch ergibt. Ist dies der Fall kann das Intervall der tatsächlich möglichen Winkel entsprechend verkleinert werden.

Wir definieren $Q(\phi_{\min}, \phi_{\max})$ als die Beziehung \overline{AB} , die das Verfahren aus 4.3 liefert, wenn man das Intervall $[\phi_{\min} \dots \phi_{\max}]$ als zusätzliche Einschränkung für die Orientierung von \overline{AB} setzt. $\psi_{\min}(\phi_{\min}, \phi_{\max})$ bzw. $\psi_{\max}(\phi_{\min}, \phi_{\max})$ definieren wir als den minimalen bzw. maximalen Winkel aus $Q(\phi_{\min}, \phi_{\max})$.

Es kann sein, daß $\psi_{\min}(\phi_{\min}, \phi_{\max}) > \phi_{\min}$ bzw. $\psi_{\max}(\phi_{\min}, \phi_{\max}) < \phi_{\max}$ ist. Dann ist der Rest, nämlich die Winkelbereiche $[\phi_{\min} \dots \psi_{\min}]$ bzw. $[\psi_{\max} \dots \phi_{\max}]$, nicht mit den Messungen verträglich und muß im weiteren nicht mehr betrachtet werden. Die Strategie ist daher, aus dem Vollkreis sukzessive möglichst große Intervalle auszuschließen, bis der Rest den Winkelbereich der exakten Lösung eng genug umschließt. Das Endergebnis ist Q von diesem Winkelbereich.

Dazu muß als erstes der Winkelbereich der exakten Lösung in einem Intervall eingeschlossen werden. Existiert eine direkte Kante \overline{AB} , kann deren Winkelbereich verwendet werden. Ansonsten teilt man den Vollkreis sukzessive in immer kleiner werdende Teile und überprüft diese mittels Q . Sobald sich ein Intervall $[\gamma_- \dots \gamma_+]$ von nicht verträglichen Winkeln ergibt, wird dessen Komplement als vorläufiges Einschlußintervall $[\phi_{\min} \dots \phi_{\max}] := [\gamma_+ \dots \gamma_- + 2\pi]$ gesetzt.

Nun verkleinert man durch Testen von Abschnitten der Länge d das Einschlußintervall weiter.

$$\begin{aligned} \phi_{\min} &:= \max(\phi_{\min}, \psi_{\min}(\phi_{\min}, \phi_{\min} + d)) \\ \phi_{\max} &:= \min(\phi_{\max}, \psi_{\max}(\phi_{\max} - d, \phi_{\max})). \end{aligned}$$

Man startet mit $d := (\phi_{\max} - \phi_{\min})/2$. Ergibt sich keine Verbesserung, wird d bis zu einer Abbruchsgrenze halbiert; dann wird $Q(\phi_{\min}, \phi_{\max})$ auf der Kante \overline{AB} als Endergebnis eingefügt.

Der Näherungsfehler bei der Berechnung von $Q(\phi_{\min}, \phi_{\max})$ verschwindet bei gegen 0 strebender Größe des Winkelbereichs $[\phi_{\max} \dots \phi_{\min}]$. Ist daher kein Winkel eines bestimmten Bereiches verträglich, stellt man dies durch Berechnen von Q auf hinreichend kleinen Teilbereichen auch fest. Es konvergiert daher $[\phi_{\min} \dots \phi_{\max}]$ gegen den Winkelbereich der exakten Lösung. Ist dieser klein, umschließt das Endergebnis die exakte Lösung eng, andernfalls kann der Fehler deutlich größer sein als aufgrund der Datenbasis nötig.

Die beschriebenen Rechnungen sind sicherlich aufwendig. Allerdings existiert oft eine Winkeleinschränkung durch eine Kante \overline{AB} aus der Odometrie. Außerdem verkleinert sich das Einschlußintervall in den

meisten Fällen schnell.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Wir haben eine Datenstruktur und dazugehörige Auswertungsalgorithmen vorgestellt, die die Lokalisation und automatische Kartierung auf der Basis von visuellen Landmarken unterstützt sowie großräumige Konsistenz und das Schließen von Kreisen zulassen. Die Struktur basiert auf einem Graph von metrischen Relativbeziehungen, die mengenbasiert modelliert werden. Dabei wird neben der Meßgenauigkeit auch die Unkenntnis der Entfernung beim einmaligen Sichten einer Landmarke korrekt abgebildet. Hierzu wurde das ellipsoide „unknown-but-bounded“ Modell aus [Han97, Sch68] um Hyperboloide erweitert. Die mengenbasierte Vorgehensweise ermöglicht, Beziehungen ohne Rücksicht auf stochastische Unabhängigkeit zu verknüpfen, was die Basis sowohl von Auswertung als auch Vereinfachung der Datenstruktur ist. Die automatische Vereinfachung gewährleistet, daß anders als bei [Gut99, Lu97] beliebig langes Kartieren der selben Umgebung nicht zu immer größeren Modellen führt.

In weiterführenden Forschungen beschäftigen wir uns mit Robustheit gegen Fehlklassifikation von Landmarken und Vereinfachung der Verknüpfungsalgorithmen. Außerdem wird zur Zeit das Verfahren und ein Bildverarbeitungsmodul zur Landmarkenerkennung implementiert und experimentell überprüft.

Literatur

- [Gut99] J.-S. Gutmann and K. Konolige. Incremental mapping of large cyclic environments, International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation (CIRA'99), Monterey, November 1999.
- [Han97] U. Hanebeck. Lokalisierung eines mobilen Roboters mittels effizienter Auswertung von Sensordaten und mengenbasierter Zustandsschätzung, Dissertation, Technische Universität München, 1997, Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr.643.
- [Lu97] Feng Lu and E. E. Milius. Globally consistent range scan alignment for environment mapping, Autonomous Robots, Volume 4, 1997, pp.333-349.
- [Sch68] F. C. Schweppe. Recursive state estimation: Unknown but bounded errors and system inputs, IEEE Transactions on Automatic Control, Bd 13 (1968), S.22-28.
- [Thr98a] S. Thrun, Learning metric-topological maps for indoor mobile robot navigation, Artificial Intelligence 99(1), 21-71
- [Thr98b] S. Thrun, A Probabilistic Approach to Concurrent Mapping and Localization for Mobile Robots, Machine Learning and Autonomous Robots (joint issue), 31/5, 1-25 (1998)
- [Yag95] Y. Yagi, Y. Nishizawa, M. Yachida. Map-based navigation for a mobile robot with omnidirectional image sensor COPIS, IEEE Trans. On Robotics and Automation, Bd.11, 1995, Heft 5, S.634-648.
- [Fre00] U. Frese, M. Hörmann, B. Bäuml (2000), Globally Consistent Visual Localization without a-priori Map, Technical Report, DLR Oberpfaffenhofen, In preparation.

Manuskripteingang: 2. Februar 2000