Theorie der Sensorfusion

U. Frese

http://www.informatik.uni-bremen.de/agebv/de/VeranstaltungTDS12/

Übungsblatt 2

Abgabe: Mo, 3.12.2012 im Kurs

Bitte bearbeitet die Übungszettel in Gruppen zu 2-3 Teilnehmern und gebt Eure Ausarbeitung am 3.12.2012 im Kurs ab. Schreibt Namen und Email aller Gruppenmitglieder auf die Abgabe. Die Ausarbeitungen können nach freier Wahl handschriftlich oder mit dem Computer gesetzt oder gemischt sein.

Als Hilfe könnt Ihr das Mathematik Merkblatt in Kapitel 1 des Skriptes verwenden.

Aufgabe 6 Gauß plus Gauß gleich Gauß (5 Punkte)

Beweist: Die Summe von $\mathcal{N}(\mu_i, \sigma_i^2)$ normalverteilten unabhängigen Zufallsvariablen ist $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ normalverteilt (Stichwort: Faltung). Gebt Terme für μ und σ an.

Aufgabe 7 Figaro, Figaro, Figaro, Figaro, Figaro! (5 Punkte)

Ein Kunde kommt in einen Salon mit fünf Friseuren. Alle Friseure sind beschäftigt, vier Kunden warten noch und ein Haarschnitt dauert 10min. Der Kunde fragt sich, wie lange er wohl "im Mittel" warten muss.

Modelliert zuerst das Problem probabilistisch, d.h. erklärt, wie Ihr glaubwürdig die anschauliche Situation mit Zufallsvariablen und deren Verteilungen formalisiert.

Löst es dann formal. Hinweis: Ihr könnt ohne Beweis verwenden, dass für eine Zufallsvariable $X \geq 0$ der Erwartungswert $E(X) = \int_0^\infty P(X \geq x)dx$ ist.

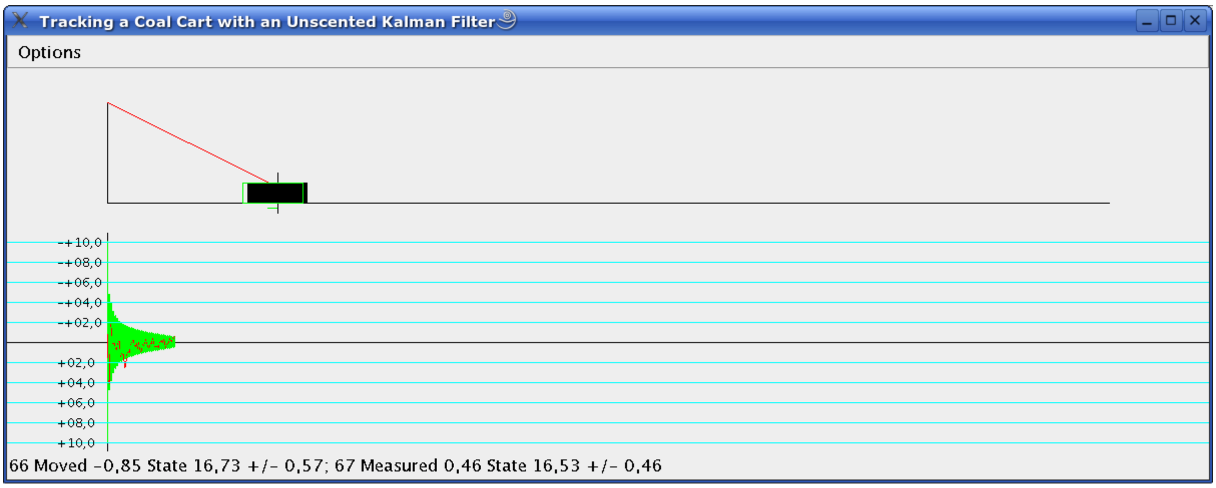

Abbildung 1: Screenshot aus dem Simulationsrahmen `CoalCart.java`.

Aufgabe 8 Peil den Kohlenkarren (5 Punkte)

Ein Kohlenkarren von 6m Länge und 2m Höhe bewegt sich auf einer geraden Schiene von 100m Länge. Die Räder sind mit Drehsensoren versehen, die in jedem Zeitschritt die zurückgelegte Strecke messen. Über einem Ende der Schiene ist in 10m Höhe ein Peilsensor aufgehängt, der den Winkel zu einer Markierung auf der Mitte des Wagendaches misst (Abb. 1).

Implementiert einen Extended Kalman Filter, der die Position des Wagens auf der Schiene schätzt. Verwendet dazu die Vorlage `KalmanFiler1D.sample.java`. Die Standardabweichung des Peilsensors ist 1°. Die Standardabweichung des Radsensors in einem Zeitschritt hängt von der gefahrenen Strecke ab. Verwendet eine Formel für $\sigma_{\epsilon t}^2$, abhängig von u_t, die bewirkt, dass sich bei einer Strecke von $1m$ eine Standardabweichung von $0.3m$ ergibt, unabhängig davon, in wie viele Zeitschritte diese Strecke zerlegt wurde.

Die Umgebung `CoalCart.java` zeigt in der oberen Grafik die wahre Position des Karren (schwarz), die letzte Messung (rot) und Eure Schätzung (grün) an. Die Unsicherheit der Schätzung wird als $\mu \pm 1\sigma$ Intervall ebenfalls grün gezeigt. Die untere Grafik zeigt als Kurve den Schätzfehler in rot und ein $\pm 1\sigma$ Intervall für den Schätzfehler in grün. Wie sollten sich beide zueinander verhalten?

Das Fahrzeug läßt sich mit den Pfeilen bewegen. Die Leertaste bewirkt eine zusätzliche Peil-Messung. Normalerweise bewirkt eine Bewegung immer eine Peil-Messung. Es macht Sinn, dies für die erste Fehlersuche abzuschalten. Warnung: In manchen JDK's funktioniert die Checkbox nicht richtig, beachtet die Meldung `Switched to auto to` und nutzt ggf. die Taste 'a'.

Hinweis: Wer ohne Debugger programmiert, ist selbst schuld! Eine schöne Java-Umgebung ist bluej `http://www.bluej.org/`.

Aufgabe 9 Was peilt der Kohlenkarren? (5 Punkte)

Analysiert das Verhalten des Extended Kalman Filters in der konkreten Anwendung der vorangegangenen Aufgabe. Beschreibt für einen Leser, der die Theorie und Mathematik dahinter nicht kennt, was der Algorithmus *leistet* (nicht *wie* er funktioniert). Der Text sollte dem Leser eine Botschaft vermitteln, was der Knackpunkt daran ist, was der EKF tut. Wenn Ihr Euch selbst unsicher seid, schaut auf den Plot im Programm. Ein paar Gedanken zur Anregung:

- Wodurch kann der Algorithmus überhaupt zu verschiedenen Zeitpunkten vorgenommene Messungen zusammenführen?
- Wie gewichtet er dabei die Messungen zwischen Gegenwart und Vergangenheit?
- Welche Parameter gehen in die Gewichtung ein?

Um die Leistung eines Algorithmus zu analysieren, hilft oft auch die Vorstellung, welche Phänomene man beachten müsste, wollte man eine heuristische Implementierung gleicher Güte erstellen. Das entspricht der Überlegung: Was "bedenkt" der Algorithmus automatisch, das ich in einer Heuristik "von Hand" bedenken müsste. Quelle solcher Einsicht kann die zugrundeliegende Formel, das am Programm beobachtete Verhalten oder die Intuition über das Problem sein.

Aufgabe 10 Das Lemma des Figaro (2 Bonuspunkte)

Beweist die in Aufgabe 7 benutzte Formel $E(X) = \int_0^\infty P(X \geq x)dx$ für $X \geq 0$. (Hinweis: Nach dem *Satz von Fubini* bzw. dem *Satz von Fubini/Tonelli* darf man bei Mehrfachintegralen die Integrationsreihenfolge vertauschen.)