



Dr. Rüdiger Ebdndt  
ebendt@tzi.de  
MZH 3530

## 2. Übungsblatt zur Vorlesung

# Optimierung von graphenbasierten Funktionsdarstellungen

### Aufgabe 1

Die RSE einer Beispielfunktion in der Vorlesung war kompakter als ihre DNF und CNF (d.h. die RSE bestand aus weniger Literalen als die DNF und CNF). Dies ist aber im Allgemeinen leider nicht so, was bereits durch einfache Beispiele belegt werden kann.

Zeige, dass die  $n$ -äre Disjunktion, d.h. die Funktion  $f: \mathbf{B}^n \rightarrow \mathbf{B}; (x_1, \dots, x_n) \mapsto x_1 + x_2 + \dots + x_n$  eine RSE von exponentieller Länge (d.h. von einer Länge, die exponentiell in  $n$  ist) besitzt.

- Gebe hierzu die RSE für  $f$  explizit an und begründe die Exponentialität der Länge (d.h. der Anzahl der auftauchenden positiven Literale).
- Beweise, dass die von Dir angegebene Darstellung tatsächlich die  $n$ -äre Disjunktion berechnet. Damit ist dann mit dem Ergebnis b) aus Aufgabe 4 von Blatt 1 die Aussage bereits gezeigt.

### Aufgabe 2

Beweise, dass die in der Vorlesung definierten Reduktionsregeln für BDDs, d.h. Merging Rule und Elimination Rule (bzw. Deletion Rule), *funktionserhaltend* sind: Seien  $v, v'$  zwei Knoten in einem OBDD, derart dass  $v$  durch

- durch die Deletion Rule entfernt werden kann, und
- durch die Merging Rule entfernt werden kann.

Alle in  $v$  eingehenden Kanten werden dabei, wie in der Vorlesung besprochen, auf  $v'$  umgeleitet, d.h.  $v$  wird im OBDD durch  $v'$  ersetzt.

Weiter bezeichnen  $f_v$  und  $f_{v'}$  die durch  $v$  und  $v'$  dargestellten Subfunktionen. Zeige nun, dass die Ersetzung von  $v$  durch  $v'$  funktionserhaltend ist, d.h. beweise nun formal  $f_v = f_{v'}$ .

### Aufgabe 3

Konstruiere zu der Funktion  $f: \mathbf{B}^4 \rightarrow \mathbf{B}$  mit

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \oplus \bar{x}_2)(x_3 \oplus \bar{x}_4)$$

das (reduzierte!) BDD mit Variablenordnung  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ .

Erstelle dazu zuerst den vollständigen Entscheidungsbaum durch iterierte Anwendung der Shannon-Dekomposition und führe dann alle Reduktionsschritte elementar durch.

### Aufgabe 4

In der Vorlesung wurde das Konzept der Komplementkanten (CEs) eingeführt. Im Rahmen einer Betrachtung zur Kanonizität wurden außerdem Paare von äquivalenten BDD-Darstellungen mit CEs graphisch dargestellt.

- Wie könnte man dieses Kantenattribut in einer Hochsprache wie C realisieren, ohne den Speicherbedarf der Knotenstruktur zu erhöhen?
- Weise zwei der vorgestellten Äquivalenzen Deiner Wahl formal nach, indem Du die aus der technischen Informatik 1 bekannten Gesetzmäßigkeiten von Booleschen Algebren benutzt.