Dr. Rüdiger Ebendt
ebendt@tzi.de
MZH 3530

3. Übungsblatt zur Vorlesung

Optimierung von graphenbasierten Funktionsdarstellungen

Aufgabe 1

In eine anfangs leere Hash-Tabelle der Größe $p > n$ werden n Schlüssel eingefügt. Die Hash-Tabelle verwendet einfache (ungeordnete) Kollisionslisten.

a) Wie viele Schritte benötigt man

- bestenfalls
- schlechtestenfalls

um die n Schlüssel einzufügen?

b) Wie viele Schritte benötigt man

- bestenfalls
- schlechtestenfalls

um einen der n Schlüssel einmal zu suchen?

Begründe Deine Antwort.

Aufgabe 2

In der Vorlesung haben wir als Beispiel für eine Hash-Funktion die mod-Funktion (Modulo- oder Rest-Funktion) kennengelernt.

- Welche Rolle spielte diese Funktion beim Konzept des Direct-Mapped Cache in der technischen Informatik 1?
- Welche Eigenschaft der mod-Funktion gab dabei den Ausschlag zu Ihrer Verwendung?
- Vergleiche die Rolle von mod beim Direct-Mapped Cache mit der beim Hashing.

Hinweis zur Aufgabe 3: Die in der Vorlesung gegebenen Definitionen für $f = O(g)$, $f = o(g)$ etc. lassen sich auch mit Hilfe des $\limsup_{n\to\infty}$ formulieren. In der Komplexitätstheorie betrachtet man aber normalerweise nur stetige Funktionen $f, g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$, so dass wir i.d.R. einfach folgende hinreichende Bedingungen verwenden können, die auf dem normalen limes basieren:

$$f = O(g), \text{ wenn } \lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = c < \infty \text{ und } f = o(g), \text{ wenn } \lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$$

Aufgabe 3

Beweise die folgenden Aussagen:

a) $\forall k > 0, b > 1 : \lambda n.n^k = o(\lambda n.b^n)$

b) Sei $f(n) = a_k \cdot n^k + \ldots + a_1 \cdot n + a_0$ mit $a_k \neq 0$, f ist also ein Polynom k-ten Grades. Dann gilt für alle $l \geq 0$ $f = O(\lambda n.n^{k+l})$.

c) $\forall k > 0, \epsilon > 0 : \lambda n.(\log n)^k = o(\lambda n.n^\epsilon)$

d) $\forall b > 1 : \lambda n.b^{\frac{n}{2}} = o(\lambda n.b^n)$

Hinweis: Aussage a) kann man mit elementaren Mitteln unter Verwendung der Reihenentwicklung von e^x (e: Eulersche Zahl) zeigen:

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

Aussage c) läßt sich dann recht einfach unter Zuhilfenahme von a) zeigen. Die letzte Aussage d) kann man recht elementar zeigen.