Prof. Dr. Rolf Drechsler, drechsle@informatik.uni-bremen.de, MZH 3510
Dr. Robert Wille, rwille@informatik.uni-bremen.de, MZH 3485
Philipp Niemann, pniemann@informatik.uni-bremen.de, MZH 3440

10. Übungsblatt zur Vorlesung

Technische Informatik 1

Aufgabe 1 (5+2+1 Punkte)

Ein *1-Bit Shifter* ist ein Schaltkreis, der die folgende Boolesche Funktion berechnet:

shift : $\mathbb{B}^{n+2} \to \mathbb{B}^n$ mit

$$\text{shift}(a_{n-1},\dots,a_0,s_l,s_r) = \begin{cases} (a_{n-2},\dots,a_0,0), & \text{falls } s_l = 1 \wedge s_r = 0 \\ (0,a_{n-1},\dots,a_1), & \text{falls } s_l = 0 \wedge s_r = 1 \\ (a_{n-1},\dots,a_0) & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Konstruiere einen kombinatorischen Schaltkreis, der shift realisiert. Verwende dabei Schaltelemente aus STD $\cup$ MUX$_i$, $i \in \mathbb{N}$.
Hinweis: Betrachte zunächst einen *1-Bit Shifter* für $n = 4$.

b) Gib eine Abschätzung der Schaltungstiefe und der Kosten der in a) konstruierten Schaltung an.

c) Wie kann die Schaltung angepasst werden, damit sie einen *k-Bit Shifter* ($k \in \mathbb{N}$) realisiert?

Aufgabe 2 (4+2 Punkte)

In der Vorlesung wurde eine Realisierung der *n-Bit ALU* vorgestellt, wobei die Einzelfunktionen getrennt dargestellt werden, wie es auch in Abbildung 1 zu sehen ist.

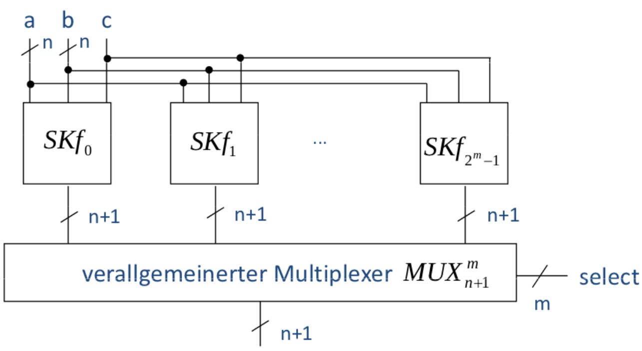

Abbildung 1: Realisierung der *n-Bit ALU* (Einzelfunktionen getrennt)

a) Gib eine detaillierte Konstruktion des verallgemeinerten Multiplexers MUX$^m_{n+1}$ auf der Basis von Multiplexer-Gattern an.

b) Gib eine Abschätzung der Schaltungstiefe und der Kosten der in a) konstruierten Schaltung an.

Aufgabe 3 (1+3+1 Punkte)

Betrachte die Boolesche Funktion $f = x_1x_2 + \overline{x}_3 + x_4$.

a) Konstruiere direkt aus der Funktionsbeschreibung eine Schaltung, welche f realisiert. Verwende dabei ausschließlich Schaltelemente aus STD.

b) Konstruiere zu f das reduzierte OBDD mit Variablenordnung $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$. Erzeuge mit Hilfe dieses Entscheidungsdiagramms eine Schaltung, welche f realisiert und dabei ausschließlich Schaltelemente aus MUX_1 enthält.

c) Gib die Schaltungstiefe und die Kosten der in a) und b) konstruierten Schaltungen an.

Aufgabe 4 (1 Punkte)

Was leistet die *Symbolische Simulation* eines kombinatorischen Schaltkreises? Wo liegen die Vorteile gegenüber der „einfachen" Schaltkreissimulation?

Zusatzaufgabe (8 Punkte)

Ein *Komparator* ist ein Logikbaustein, der die numerischen Vergleichsrelationen $<, >$ und $=$ implementiert. Der Schaltkreis bekommt als Eingabe zwei positive binäre Zahlen x und y der Länge n über die Eingänge $(x_{n-1}, \ldots, x_0)$ und $(y_{n-1}, \ldots, y_0)$ und berechnet daraus die Wertebelegung des Ausgangs z mit $z_2 = (x > y)$, $z_1 = (x = y)$ und $z_0 = (x < y)$. Je nachdem, ob x größer, gleich oder kleiner y ist, nimmt genau eine der Ausgangsleitungen (z_2, z_1, z_0) den Wert 1 an. Ein Komparator berechnet also die folgende Boolesche Funktion:

$\mathrm{comp}_n : \mathbb{B}^{2n} \to \mathbb{B}^3$ mit

$$\mathrm{comp}_n(x_{n-1}, \ldots, x_0, y_{n-1}, \ldots, y_0) = \begin{cases} (1,0,0), & \text{falls} \quad (x_{n-1} > y_{n-1}) \\ & \qquad \vee(x_{n-1} = y_{n-1}) \wedge (x_{n-2} > y_{n-2}) \\ & \qquad \vdots \\ & \qquad \vee \\ & \qquad \vdots \\ & \qquad \vee(x_{n-1} = y_{n-1}) \wedge \ldots \wedge (x_1 = y_1) \wedge (x_0 > y_0) \\ (0,1,0), & \text{falls} \quad \forall_i : x_i = y_i \\ (0,0,1), & \text{falls} \quad (x_{n-1} < y_{n-1}) \\ & \qquad \vee(x_{n-1} = y_{n-1}) \wedge (x_{n-2} < y_{n-2}) \\ & \qquad \vdots \\ & \qquad \vee \\ & \qquad \vdots \\ & \qquad \vee(x_{n-1} = y_{n-1}) \wedge \ldots \wedge (x_1 = y_1) \wedge (x_0 < y_0) \end{cases}$$

a) Gib einen kombinatorischen Schaltkreis an, der comp_n implementiert, wobei die Zahlen x und y als vorzeichenlose Zahlen interpretiert werden sollen.
Hinweis: Betrachte zunächst eine Implementierung von comp_1.

b) Gib eine Abschätzung der Schaltungstiefe (Laufzeit) und der Kosten der in a) konstruierten Schaltung an.

c) Erweitere die Schaltung aus a) zu einer Implementierung von comp_n für Zahlen im Zweierkomplement.

Abgabetermin: vor Beginn der Vorlesung am 10. Juli 2014