

4. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik und Ontologiesprachen“

Aufgabe 16: 10 Punkte

Verwende den Tableau Algorithmus für \mathcal{ALC} aus der Vorlesung, um die Erfüllbarkeit der folgenden Konzepte zu prüfen:

- (a) $C_0 = \exists r.A \sqcap \exists r.B \sqcap \forall r.\exists r.A \sqcap \forall r.\forall r.\neg B$;
(b) $C_0 = \neg((\forall r.\neg A) \sqcup (\exists r.B)) \sqcap \forall r.\neg(A \sqcap \neg B)$.

Gib an, welche Regeln in welcher Reihenfolge worauf angewendet werden.

Aufgabe 17: 10 Punkte

Zeige die Korrektheit der folgenden Reduktion von Subsumtion auf Erfüllbarkeit:

(*) für alle \mathcal{ALC} -Konzepte C und D und TBoxen \mathcal{T} gilt, dass $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$ gdw. $C \sqcap \neg D$ unerfüllbar bzgl. \mathcal{T} .

Verwende den Tableau Algorithmus für \mathcal{ALC} -Konzepte **ohne TBoxen** aus der Vorlesung, um zu entscheiden, ob $\exists r.A$ subsumiert wird von B bzgl. der azyklischen TBox

$$\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq A' \sqcap A'', B \equiv \exists r.A' \sqcap \exists r.A''\}$$

(ob also $\mathcal{T} \models \exists r.A \sqsubseteq B$ gilt). Verwende dazu die Reduktion (*) und die Reduktion aus Theorem 2.9.

Aufgabe 18: 10 Punkte

Vervollständige den Beweis von Proposition 4.11 aus der Vorlesung durch Erweiterung auf die Fälle der \sqcap -Regel und der \forall -Regel. Orientiere Dich dabei an den in der Vorlesung behandelten Fällen.

Aufgabe 19: 5 Punkte

Du hast einen vollen Semesterplan und es gibt viel zu erledigen. Alle Aufgaben sind in Deinem Organizer gespeichert, zusammen mit einer Priorität zwischen 1 (niedrig) und 100 (hoch). Du arbeitest an einer Aufgabe nach der anderen, strikt in der Reihenfolge Ihrer Priorität. Während Du eine Aufgabe bearbeitest kann es sein, dass eine Reihe von Teilaufgaben zu bearbeiten sind. In diesem Fall löschst Du die momentane Aufgabe aus dem Organizer und ersetzt sie durch die Teilaufgaben. Jede davon hat strikt kleinere Priorität als die ursprüngliche Aufgabe.

Verwende eine Multimengenordnung um zu zeigen, dass Du schlussendlich alle Aufgaben erledigen wirst.

Aufgabe 20: 8 Punkte (Zusatzaufgabe)

Betrachte die folgende Erweiterung des Tableau-Algorithmus aus der Vorlesung (ohne TBoxen) auf die Beschreibungslogik \mathcal{ALCQ} :

1. zusätzliche \geq -Regel:

- wähle $v \in V$ und $(\geq nr C) \in \mathcal{L}(v)$, so dass es $< n$ Knoten $v' \in V$ gibt mit $(v, r, v') \in E$ und $C \in \mathcal{L}(v')$;
- erweitere V um Knoten v_1, \dots, v_n und E um $(v, r, v_1), \dots, (v, r, v_n)$, setze $\mathcal{L}(v_i) = \{C\}$ für $1 \leq i \leq n$.

2. zusätzliche Art von „offensichtlichem Widerspruch“:

- es gibt Knoten v, v_1, \dots, v_{n+1} so dass $(\leq nr C) \in \mathcal{L}(v)$, $(v, r, v_i) \in E$ und $C \in \mathcal{L}(v_i)$ für $1 \leq i \leq n$.

Zeige, dass der skizzierte Algorithmus auf den folgenden Eingabekonzepten ein falsches Ergebnis liefert:

- (a) $C_0 = (\geq 2r A) \sqcap (\geq 2r A) \sqcap (\leq 3r A \sqcap B)$
(b) $C_0 = (\geq 1r A) \sqcap (\leq 1r B) \sqcap (\leq 1r \neg B)$