AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

MZH 3090
clu@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

1. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Bayes-Netze“

Aufgabe 1: 20%

Betrachte die folgende Verteilung Pr:

Welt	x	y	z	$\mathsf{Pr}(\omega_i)$
ω_1	true	true	true	.075
ω_2	true	true	false	.050
ω_3	true	false	true	.225
ω_4	true	false	false	.150
ω_5	false	true	true	.025
ω_6	false	true	false	.100
ω_7	false	false	true	.075
ω_8	false	false	false	.300

(a) Bestimme $\mathsf{Pr}(x)$, $\mathsf{Pr}(y)$, $\mathsf{Pr}(z)$.

(b) Konditioniere mit z, kontruiere also die Verteilung $\mathsf{Pr}(\cdot|z)$.

(c) Bestimme $\mathsf{Pr}(x|z)$ und $\mathsf{Pr}(y|z)$.

(d) Ist x unabhängig von z? Ist y unabhängig von c?

(e) Ist y unabhängig von z gegeben $x \vee y$?

Aufgabe 2: 20%

Beweise folgende Aussagen:

(a) $\mathsf{Pr}(\varphi \wedge \psi) \leq \mathsf{Pr}(\varphi) \leq \mathsf{Pr}(\varphi \vee \psi)$.

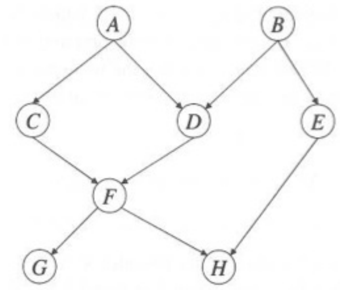
(b) Wenn φ impliziert ψ impliziert ϑ, dann $\mathsf{Pr}(\varphi|\psi) \geq \mathsf{Pr}(\varphi|\vartheta)$.

(c) Seien φ und ψ aussagenlogische Formeln mit Variablen $\mathsf{var}(\varphi)$ und $\mathsf{var}(\psi)$ so dass $\mathsf{var}(\varphi) \cap \mathsf{var}(\psi) = \emptyset$. Wenn $\mathsf{var}(\varphi)$ unabhängig von $\mathsf{var}(\psi)$ in Verteilung Pr, dann ist in Pr auch φ unabhängig von ψ.

(d) Es gibt eine Verteilung Pr und aussagenlogische Formeln φ, ψ_1, ψ_2 für die folgendes gilt: φ ist unabhängig von $\psi_1 \wedge \psi_2$ aber nicht von ψ_1.

Aufgabe 3: 20%

Betrachte das Bayes-Netz $N = (G, \Theta)$ mit folgendem DAG G:



und folgenden konditionalen Wahrscheinlichkeitstabellen (bewusst unvollständig):

A	$\neg A$
.2	.8

B	$\neg B$
.7	.3

B	E	$\neg E$
true	.1	.9
false	.9	.1

A	B	D	$\neg D$
true	true	.5	.5
true	false	.6	.4
false	true	.1	.9
false	false	.8	.2

(a) Gib die konditionalen Unabhängigkeiten in $\mathsf{Markov}(G)$ an.

(b) Drücke $\mathsf{Pr}_N(A \wedge B \wedge C \wedge D \wedge E \wedge F \wedge G \wedge H)$ als Produkt geeigneter Einträge $\theta_{\cdot|\cdot}$ der KWTs in Θ aus.

(c) Berechne $\mathsf{Pr}_N(\neg A \wedge \neg B)$ und $\mathsf{Pr}_N(A \wedge E)$. Begründe Deine Antwort.

(d) Bestimme, ob folgendes gilt. Begründe Deine Anwort.

(i) $\mathsf{dsep}_G(A, \{B, H\}, E)$

(ii) $\mathsf{dsep}_G(\{A, B\}, F, \{G, H\})$.

Aufgabe 4: 20%

Beweise, die Korrektheit folgender Graphoid Axiome (also dass das Axiom von jeder Verteilung Pr erfüllt wird):

(a) Dekomposition;

(b) Schnitt (für positive Verteilungen Pr).

Aufgabe 5: 15% (Zusatzaufgabe)

Betrachte die Definition von Pr_N. Zeige, dass für jedes Bayes-Netz $N = (G, \Theta)$ folgendes gilt:

(a) $\sum_\omega \mathsf{Pr}_N(\omega) = 1$;

(b) Pr_N erfüllt alle Unabhängigkeiten in $\mathsf{Markov}(G)$;

(c) Pr_N erfüllt Θ: jedes $\theta_{x=v|\omega}$ ist die konditionale Wkt für $x = v$ gegeben φ_ω, also $\mathsf{Pr}(x = v|\varphi_\omega) = \theta_{x=v|\omega}$.