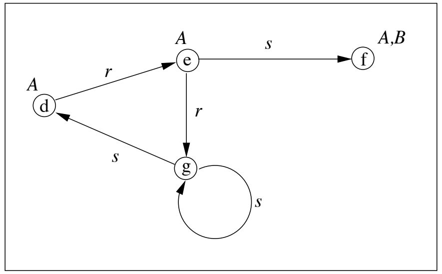
AG Theorie der künstlichen Intelligenz
FB Mathematik und Informatik, Universität Bremen
Prof. Dr. Carsten Lutz

MZH 3090
clu@uni-bremen.de
Tel.: 0421/218-64431

1. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik“

Aufgabe 1: 20%

Betrachte die folgende Interpretation $\mathcal{I}$ mit $\Delta^{\mathcal{I}} = \{d, e, f, g\}$:



Bestimme die Extensionen $C^{\mathcal{I}}$ der folgenden $\mathcal{ALC}$-Konzepte C:

(a) $\exists r.\exists s.\exists s.\neg A$

(b) $\forall s.A$

(c) $B \to \forall r.B$

(d) $\exists r.\bot$

(e) $\exists s.(A \sqcap \forall s.\neg B) \sqcap \neg\forall r.\exists r.(A \sqcup \neg A)$

Aufgabe 2: 20%

Welche der folgenden Konzeptinklusionen bzw. Konzeptdefinitionen sind in der Interpretation $\mathcal{I}$ aus Aufgabe 1 erfüllt, welche nicht:

(a) $A \sqsubseteq \forall r.A$

(b) $A \equiv B \sqcup \exists r.\top$

(c) $\top \sqsubseteq A \sqcup \exists s.A$

(d) $\top \sqsubseteq \bot$ und $\bot \sqsubseteq \top$

(e) $\exists s.\top \sqsubseteq \exists s.\exists s.\top$

Welche der Inklusionen/definitionen kann in einer azyklischen TBox verwendet werden, welche nicht?

Aufgabe 3: 20%

Konstruiere eine azyklische TBox zum Thema Politik. Verwende Konzeptnamen wie Politiker, Wähler, Wahl und Bundestag und Rollennamen wie wählt und nimmtTeilAn. Verwende sowohl Konzeptdefinitionen als auch primitive Konzeptinklusionen.

Erweitere danach die azyklische TBox durch Hinzufügen einiger Konzeptinklusionen zu einer generellen TBox.

Aufgabe 4: 20%

Betrachte folgende Paare von Konzepten C, D. Für welche Paare gilt

($*$) $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$ für alle Interpretationen $\mathcal{I}$

und für welche nicht? Begründe Deine Antwort.

(a)	$\forall r.A \sqcap \forall r.B$	$\forall r.(A \sqcap B)$	(b)	$\exists r.A \sqcap \exists r.B$	$\exists r.(A \sqcap B)$
(c)	$\forall r.(A \sqcup B)$	$\forall r.A \sqcup \forall r.B$	(d)	$\exists r.(A \sqcup B)$	$\exists r.A \sqcup \exists r.B$

Aufgabe 5: 20%

Betrachte folgende Paare von Konzepteninklusionen α, β. Für welche Paare gilt

($*$) alle Interpretationen $\mathcal{I}$, die α erfüllen, erfüllen auch β

und für welche nicht? Begründe Deine Antwort.

(a)	$A \sqsubseteq B$	$\exists r.A \sqsubseteq \exists r.B$	(b)	$\exists r.A \sqsubseteq \exists r.B$	$A \sqsubseteq B$
(c)	$\top \sqsubseteq \exists r.\top \sqcap \exists s.\top$	$\top \sqsubseteq \exists r.\exists s.\top$	(d)	$\top \sqsubseteq \exists r.\exists s.\top$	$\top \sqsubseteq \exists r.\top \sqcap \exists s.\top$

Aufgabe 6: 20% (Zusatzaufgabe)

Zur Erinnerung: eine *aussagenlogische Formel* ist aus Aussagenvariablen VAR $= \{x_1, x_2, \dots\}$ und den Junktoren $\neg, \wedge, \vee$ aufgebaut. Eine *Belegung* ist eine Abbildung $V : \text{VAR} \to \{0, 1\}$ von Aussagenvariablen auf Wahrheitswerte. V ist ein *Modell* einer Formel

- x_i wenn $V(x_i) = 1$;
- $\neg\varphi$ wenn V nicht φ erfüllt;
- $\varphi \wedge \psi$ wenn V sowohl φ als auch ψ erfüllt;
- $\varphi \vee \psi$ wenn V mindestens eine der Formeln φ, ψ erfüllt.

φ ist eine *Konsequenz* von ψ (geschrieben $\varphi \models \psi$) wenn jedes Modell von φ auch ein Modell von ψ ist.

In dieser Aufgabe geht es m den Zusammenhang von Aussagenlogik und $\mathcal{ALC}$. Für eine aussagenlogische Formel φ sei φ' die Übersetzung nach $\mathcal{ALC}$, die man erhält, indem man

- jede Aussagenvariable x_i durch einen Konzeptnamen A_i austauscht;
- $\wedge$ durch $\sqcap$ austauscht;
- $\vee$ durch $\sqcup$ austauscht.

Beweise, dass für alle aussagenlogischen Formeln φ, ψ gilt:

(a) φ hat ein Modell gdw. φ' ein Modell hat.

(b) $\varphi \models \psi$ gdw. $\varphi'^{\mathcal{I}} \subseteq \psi'^{\mathcal{I}}$ für alle Interpretationen $\mathcal{I}$.

Übersetze dazu Belegungen V in Interpretationen $\mathcal{I}$ und umgekehrt.