Dr. Thomas Schneider SS 2013

Automatentheorie und ihre Anwendungen

Übungsblatt 1: EAs auf endlichen Wörtern

Abgabe am 10. 4. zu Beginn der Übung

1. (50%) Konstruiere DEAs über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, welche die folgenden Sprachen erkennen.

   a) die Menge aller Wörter mit einer durch 3 teilbaren Anzahl a's

   b) die Menge aller Wörter, die *nicht* das Teilwort aaa enthalten

   c) die Menge aller Wörter, in denen auf jedes a sofort ein b folgt

   d) die Menge aller Wörter, deren drittletztes Zeichen ein a ist

   Gib für die letzte Sprache auch einen einfacheren NEA an.

2. (50%) Für ein beliebiges Wort w bezeichne w^R das Wort, das man erhält, wenn man die Zeichenkette von w umgekehrt aufschreibt. Ist also $w = a_1 \dots a_n$, dann ist $w^R = a_n \dots a_1$. Außerdem gelte $\varepsilon^R = \varepsilon$.

   Beweise oder widerlege: wenn die Sprache L erkennbar ist, dann ist auch die Sprache $\mathsf{Reverse}(L) = \{w^R \mid w \in L\}$ erkennbar.

3. (freiwillige Zusatzaufgabe: wähle 1 Teilaufgabe und verdiene bis zu 20% dazu) Sei L eine Sprache über dem Alphabet Σ.

   a) Sei $\mathsf{DeleteOne}(L) = \{vw \mid vaw \in L,\ a \in \Sigma\}$, d. h. die Sprache aller Wörter, die man erhält, indem man in einem beliebigen Wort aus L einen Buchstaben streicht.

      Zeige: wenn L erkennbar ist, dann ist auch $\mathsf{DeleteOne}(L)$ erkennbar.

   b) Sei $\mathsf{Half}(L) = \{w \mid \exists v : |v| = |w| \text{ und } vw \in L\}$, d. h. die Sprache aller ersten Hälften von Wörtern gerader Länge aus L.

      Zeige: wenn L erkennbar ist, dann ist auch $\mathsf{Half}(L)$ erkennbar.

4. (ohne Wertung)

   a) Konstruiere den DEA $\mathcal{A}^d$ für das Beispiel von Folie 15 mit $w_1 = \texttt{web}$ und $w_2 = \texttt{ebay}$.

   b) Beschreibe die Konstruktion von $\mathcal{A}^d$ laut Folie 16 allgemein:

      Seien $w_1, \dots, w_n$ gegeben, mit $w_i = a_{i1} \dots a_{i\ell_i}$ für jedes $i = 1, \dots, n$. Gib $\mathcal{A}$ explizit an und beschreibe dann, wie man $\mathcal{A}^d$ aus $\mathcal{A}$ erhält. Erkläre dabei, wie viele Zustände $\mathcal{A}^d$ maximal hat.