

Automatentheorie und ihre Anwendungen

Übungsblatt 3

Abgabe am 13. 5. zu Beginn der Übung

1. (10 %) Begründe, dass der im Beweis von Satz 8 auf Folie 36 konstruierte NEBA die Sprache L erkennt:

Sei ℓ ein Σ -Baum, in dem jede Variable in höchstens einem Blatt vorkommt.

Sei $\mathcal{A}_\ell = \{Q, \Sigma, \Delta, F\}$ mit:

$$Q = \{q_K \mid K \text{ ist ein Teilbaum von } \ell\} \uplus \{q_0\}$$

$$F = \{q_\ell\}$$

$$\Delta = \{a(\underbrace{q_0, \dots, q_0}_m) \rightarrow q_0 \mid a \in \Sigma_m, m \geq 0\}$$

$$\cup \{a(q_{T_1}, \dots, q_{T_m}) \rightarrow q_{a(T_1, \dots, T_m)} \mid a(T_1, \dots, T_m) \text{ ist Teilbaum von } \ell\}$$

$$\cup \{a(\underbrace{q_0, \dots, q_0}_i, q_\ell, q_0, \dots, q_0) \rightarrow q_\ell \mid a \in \Sigma_m, m \geq 1, i = 0, \dots, m\}$$

Zeige, dass $L(\mathcal{A}_\ell) = \{T \mid T \text{ schließt } \ell \text{ ein}\}$ gilt.

2. (20 %) Sei $\Sigma^{(n)} = \{\text{and}/2, \text{or}/2, \text{neg}/1, x_1/0, \dots, x_n/0\}$. Jeder Baum über $\Sigma^{(n)}$ entspricht einer Booleschen Formel mit den Aussagevariablen x_1, \dots, x_n . Eine solche Formel ist *erfüllbar*, wenn es eine Belegung von x_1, \dots, x_n gibt, unter der die Formel zu „wahr“ auswertet.

Konstruiere einen DEBA, der die Menge aller erfüllbaren Booleschen Formeln mit den Aussagevariablen x_1, \dots, x_n erkennt.

3. (2 · 15 % = 30 %) Zeige, dass folgende Baumsprachen über dem r-Alphabet $\Sigma = \{a/2, b/0, c/0\}$ nicht erkennbar sind. Verwende das Pumping-Lemma für a) und den Satz von Myhill-Nerode für b).

a) $\{T \mid \text{in } T \text{ kommen gleich viele } b\text{'s und } c\text{'s vor}\}$

b) $\{T = (P, t) \mid t(\varepsilon) = a \text{ und } T_1 = T_2\}$

4. (4 · 10 % = 40 %) Sei $\Sigma = \{f/2, g/1, a/0, b/0\}$. Gib nichtdeterministische endliche *Top-down*-Baumautomaten an, die folgende Baumsprachen erkennen.

a) die Menge aller Bäume mit gerader Höhe, die nicht f enthalten

b) die Menge aller Bäume, die a und b enthalten

c) die Menge aller Bäume $T = (P, t)$ mit $t(\varepsilon) = f, t(1) = t(2) = g$

d) die Menge aller Bäume, die einen Teilbaum der Form $f(a, b)$ enthalten

Bitte wenden.

5. (Zusatzaufgabe, bis zu 15%) Hier geht es um Abschlusseigenschaften der Klasse \mathcal{L} der von *deterministischen Top-down*-Baumautomaten erkannten Sprachen.
- a) Zeige, dass \mathcal{L} unter Durchschnitt abgeschlossen ist.
 - b) Zeige, dass \mathcal{L} *nicht* unter Vereinigung abgeschlossen ist.
Hinweis. Betrachte Sprachen von Bäumen, in denen nicht alle Blätter mit demselben Symbol markiert sind.
 - c) Zeige nun mithilfe von a) und b), dass \mathcal{L} *nicht* unter Komplement abgeschlossen ist.