Prof. Carsten Lutz/Dr. Stefan Göller SS 2013

Theoretische Informatik 2

Ungewertete Aufgaben, Blatt 4

Besprechung: In Ihrer Übung in KW 22

---

1. Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

a) Die entscheidbaren Sprachen sind unter Durchschnitt abgeschlossen.

b) Die entscheidbaren Sprachen sind unter Konkatenation abgeschlossen.

c) Wenn L_1 und L_2 jeweils entscheidbar sind, dann ist auch die Sprache $(L_1 \setminus L_2) \cup (L_2 \setminus L_1)$ entscheidbar.

d) Die Sprache $L = \{w\}$ ist entscheidbar, wobei

$$w = \begin{cases} 0 & \text{falls Werder Bremen 2015 deutscher Meister wird,} \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

2. Sei $m \geq 1$. Geben Sie eine deterministische Turingmaschine an, die (eine geeignete Kodierung von) $\mathbb{N}^m$ aufzählt.

3. Für eine partielle Funktion $f : (\Sigma^*)^n \to \Sigma^*$ definieren wir $\mathrm{dom}(f) = \{(x_1, \ldots, x_n) \in (\Sigma^*)^n \mid \exists y \in \Sigma^* : f(x_1, \ldots, x_n) = y\}$. Desweiteren sei

$$\mathsf{G}(f) = \{(x_1, \ldots, x_n, x_{n+1}) \mid (x_1, \ldots, x_n) \in \mathrm{dom}(f), f(x_1, \ldots, x_n) = x_{n+1}\}.$$

Zeigen Sie: Die partielle Funktion f ist berechenbar genau dann, wenn $\mathsf{G}(f)$ rekursiv aufzählbar ist.

4. Für eine Menge X bezeichne $2^X = \{Y \mid Y \subseteq X\}$ die *Potenzmenge* von X. Zeigen Sie, dass es für keine Menge X eine surjektive Funktion $f : X \to 2^X$ existiert.

Hinweis: Verwenden Sie das Prinzip der Diagonalisierung.

5. Zeigen Sie, dass eine Sprache L existiert, so dass weder L noch $\overline{L}$ semi-entscheidbar ist.

Hinweis: Wählen Sie $L = L_1 \cdot L_2$, wobei L_1 und L_2 geeignete Sprachen sind.