

# Automatentheorie und ihre Anwendungen

## Übungsblatt 1: EAs auf endlichen Wörtern

Abgabe am 5.5. zu Beginn der Übung

---

1. (50%) Konstruiere DEAs über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ , welche die folgenden Sprachen erkennen.
  - a) die Menge aller Wörter mit einer durch 3 teilbaren Anzahl  $a$ 's
  - b) die Menge aller Wörter, die *nicht* das Teilwort  $aaa$  enthalten
  - c) die Menge aller Wörter, in denen auf jedes  $a$  sofort ein  $b$  folgt
  - d) die Menge aller Wörter, deren drittletztes Zeichen ein  $a$  istGib für die letzte Sprache auch einen einfacheren NEA an.
2. (50%) Für ein beliebiges Wort  $w$  bezeichne  $w^R$  das „Umkehrwort“ von  $w$ , d. h. für  $w = a_1 \dots a_n$  ist  $w^R = a_n \dots a_1$ . Insbesondere ist  $\varepsilon^R = \varepsilon$ .  
Zeige: wenn die Sprache  $L$  erkennbar ist, dann ist auch die Sprache  $\text{Reverse}(L) = \{w^R \mid w \in L\}$  erkennbar.
3. (freiwillige Zusatzaufgabe: wähle 1 Teilaufgabe und verdiene bis zu 20% dazu)  
Sei  $L$  eine Sprache über dem Alphabet  $\Sigma$ .
  - a) Sei  $\text{DeleteOne}(L) = \{vw \mid vaw \in L, a \in \Sigma\}$ .  
Zeige: wenn  $L$  erkennbar ist, dann ist auch  $\text{DeleteOne}(L)$  erkennbar.
  - b) Sei  $\text{Half}(L) = \{w \mid \exists v : |v| = |w| \text{ und } vw \in L\}$ .  
Zeige: wenn  $L$  erkennbar ist, dann ist auch  $\text{Half}(L)$  erkennbar.
4. (ohne Wertung)
  - a) Konstruiere den DEA  $\mathcal{A}^d$  für das Beispiel von Folie 15 mit  $w_1 = \text{web}$  und  $w_2 = \text{ebay}$ .
  - b) Beschreibe die Konstruktion von  $\mathcal{A}^d$  laut Folie 16 allgemein:  
Seien  $w_1, \dots, w_n$  gegeben, mit  $w_i = a_{i1} \dots a_{i\ell_i}$  für jedes  $i = 1, \dots, n$ . Gib  $\mathcal{A}$  explizit an und beschreibe dann, wie man  $\mathcal{A}^d$  aus  $\mathcal{A}$  erhält. Erkläre dabei, wie viele Zustände  $\mathcal{A}^d$  maximal hat.