Dr. Thomas Schneider SS 2015

Automatentheorie und ihre Anwendungen

Übungsblatt 2

Abgabe am 12. 5. zu Beginn der Übung

1. (40 %) Sei $\Sigma = \{a/2, b/1, c/0, d/0\}$. Gib DEBAs an, die folgende Baumsprachen erkennen.

   a) die Menge aller Bäume mit gerader Höhe, die nicht a enthalten

   b) die Menge aller Bäume, die c und d enthalten

   c) die Menge aller Bäume $T = (P, t)$ mit $t(\varepsilon) = a, t(1) = t(2) = b$

   d) die Menge aller Bäume, die einen Teilbaum der Form $a(c, d)$ enthalten

   Welche der obigen Sprachen werden von einem DETDBA erkannt? Gib entweder den Automaten an oder begründe, warum es keinen geben kann.

2. (15 %) Sei $\Sigma^{(n)} = \{\mathsf{and}/2, \mathsf{or}/2, \mathsf{neg}/1, x_1/0, \ldots, x_n/0\}$. Jeder Baum über $\Sigma^{(n)}$ entspricht einer Booleschen Formel mit den Aussagevariablen $x_1, \ldots, x_n$. Eine solche Formel ist *erfüllbar*, wenn es eine Belegung von $x_1, \ldots, x_n$ gibt, unter der die Formel zu „wahr“ auswertet.

   Konstruiere einen DEBA, der die Menge aller erfüllbaren Booleschen Formeln mit den Aussagevariablen $x_1, \ldots, x_n$ erkennt.

3. (20 %) Zeige, dass folgende Baumsprachen über dem r-Alphabet $\Sigma = \{a/2, c/0, d/0\}$ nicht erkennbar sind. Verwende das Pumping-Lemma für a) und den Satz von Myhill-Nerode für b).

   a) $\{T \mid \text{in } T \text{ kommen gleich viele } c\text{'s und } d\text{'s vor}\}$

   b) $\{T = (P, t) \mid t(\varepsilon) = a \text{ und } T_1 = T_2\}$ (T_p = Teilbaum von T an Position p)

4. (15 %) Zeige, dass NEBAs und NETDBAs dieselbe Sprachklasse erkennen:
$$\{L(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A} \text{ ist ein NEBA}\} \quad = \quad \{L(\mathcal{A}) \mid \mathcal{A} \text{ ist ein NETDBA}\}$$

5. (10 %) Zeige, dass die Klasse der von DETDBAs erkannten Sprachen *nicht* unter Vereinigung abgeschlossen ist. (Betrachte dafür Sprachen von Bäumen, in denen nicht alle Blätter mit demselben Symbol markiert sind.)

6. **Zusatzaufgabe** (20 %) Hier verallgemeinern wir die Anwendung „Textsuche“ auf endliche Bäume. Gesucht ist ein NEBA, der prüft, ob ein gegebener Baum einen bestimmten festen Baum als Teilbaum besitzt. Genauer:

   Sei Σ ein r-Alphabet und T ein endlicher Baum über Σ. Konstruiere einen NEBA $\mathcal{A}_T$, der genau diejenigen Bäume T' über Σ akzeptiert, für die es einen Kontext C gibt mit $T' = C[T]$.