Dr. Thomas Schneider SS 2015

Automatentheorie und ihre Anwendungen

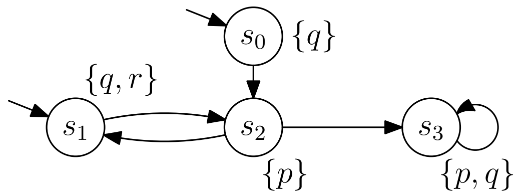
Übungsblatt 6

Abgabe am 14. 7. zu Beginn der Übung

---

1. (25 %) Gegeben ist die abgebildete Kripke-Struktur $\mathcal{S}$ über den Aussagenvariablen $\mathsf{AV} = \{p, q, r\}$. Für welche der folgenden Formeln φ gilt $\mathcal{S} \models \varphi$? Begründe jeweils kurz.

a) $p \wedge \mathsf{EX}\, q$
b) $q \wedge \mathsf{EX}\, p$
c) $\mathsf{EX}\, r$
d) $\mathsf{A}(p \;\mathsf{U}\; q)$
e) $\mathsf{A}(q \;\mathsf{U}\; p)$
f) $\mathsf{A}(q \;\mathsf{U}\; \mathsf{AG}\, p)$
g) $\mathsf{E}(p \;\mathsf{U}\; \mathsf{AG}\, q)$
h) $\mathsf{AG}\,\mathsf{EF}\, r$
i) $\mathsf{AG}\,\mathsf{EF}\, p$
j) $\mathsf{AF}\,\mathsf{AG}\, r$



2. (25 %) Betrachte einen Fahrstuhl, der vier Etagen $0, 1, 2, 3$ bedient. Jede Etage hat eine Fahrstuhltür, eine Ruftaste und eine Lampe, die anzeigt, ob der Fahrstuhl gerufen wurde oder nicht. In der Fahrstuhlkabine gibt es vier Tasten, um den Fahrstuhl zu einer bestimmten Etage zu schicken, und vier Lampen, die anzeigen, zu welcher Etage der Fahrstuhl geschickt wurde. Im Folgenden nennen wir sowohl das Rufen als auch das Schicken eine *Anforderung* des Fahrstuhls.

Gib eine (möglichst kleine) Menge von Aussagenvariablen an, die benötigt werden, um die folgenden Eigenschaften der Fahrstuhlsteuerung zu beschreiben, und gib die zugehörigen CTL-Formeln an.

a) Jede der vier Fahrstuhltüren ist „sicher“: die Tür ist nur offen, wenn der Fahrstuhl sich in der entsprechenden Etage befindet.

b) Alle acht Lampen geben die zu jedem Zeitpunkt noch zu erfüllenden Anforderungen korrekt wieder: wann immer eine Taste gedrückt wurde, gibt es eine zugehörige Anforderung, die so lange aufrecht erhalten wird, bis sie irgendwann erfüllt wird (wenn nötig, beliebig lange).

c) Der Fahrstuhl bedient nur die angeforderten Etagen und bewegt sich nur, wenn es überhaupt eine Anforderung gibt.

d) Alle Anforderungen werden nach endlicher Zeit erfüllt.

Wie bei Aufgabe 3 auf Blatt 5 erlauben die verbalen Beschreibungen auch hier wieder mehrere Interpretationsmöglichkeiten. Es gibt also sicherlich nicht nur eine einzige richtige Lösung. Allerdings beschränkt das Anwendungsszenario die sinnvollen Möglichkeiten hier stärker.

Bitte wenden.

3. (32 %) Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Konstruiere NBBA, NBMA oder NBPA (B, M oder P), die die folgenden Baumsprachen erkennen.

   a) B $\{t \mid \forall p \in \{0,1\}^* : \text{wenn } t(p) = a, \text{ dann } t(p') = a \text{ für alle } p' \sqsubseteq p\}$

   b) B $\{t \mid \text{jedem Vorkommen von } a \text{ auf einem Pfad in } t \text{ folgt direkt } bb\}$

   c) B $\{t \mid \text{jeder Pfad in } t \text{ enthält mindestens ein } b\}$

   d) M $\{t \mid t \text{ enthält genau zwei } b\text{'s}\}$

   e) M $\{t \mid \text{jeder Pfad in } t \text{ enthält endlich viele } a\text{'s oder nur } a\text{'s}\}$

   f) M $\{t \mid \forall p \in \{0,1\}^* : \text{entweder } t(p1) = a \text{ oder } t(p2) = a\}$

   g) P $\{t \mid t \text{ hat einen Pfad } b^\omega\}$

   h) P $\{t \mid \text{auf jedem Pfad von } t \text{ tritt } bb \text{ unendlich oft auf}\}$

4. (18 %) Aus Satz 6 in Teil 4 der Vorlesung folgt, dass es keine allgemeine Konstruktion geben kann, die einen Müller-Baumautomaten (NMBA) in einen äquivalenten Büchi-Baumautomaten (NBBA) umwandelt. Erkläre, warum die Konstruktion zur Umwandlung von Müller-Automaten auf ω-Wörtern in äquivalente Büchi-Automaten (Teil 3, Satz 16) für Baumautomaten im Allgemeinen keine korrekten Ergebnisse liefert.

5. **Zusatzaufgabe** (20 %)

   Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Wird die Sprache $\{a(t,t) \mid t \text{ ist ein } \Sigma\text{-Baum}\}$

   a) von einem *deterministischen* NBBA erkannt?

      (Ein NBBA $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Delta, I, F)$ ist deterministisch, wenn $|I| = 1$ und $|\{(q_1, q_2) \mid (q, a, q_1, q_2) \in \Delta\}| = 1$ für alle $(q, a) \in Q \times \Sigma$ gilt.)

   b) von einem NBBA erkannt?

   Begründe jeweils.