Beschreibungslogik

Übungsblatt 5

Abgabe bis 19. 6. 2017, 23:59 Uhr in Stud.IP, Ordner „Abgabe Übungsblatt 5", im PDF-Format. Bitte nur eine Abgabe pro Gruppe, Lizenz „Selbst verfasstes, nicht publiziertes Werk".

---

1. (25 %) Betrachte den Algorithmus $\mathcal{ALC}$-Worlds auf der Eingabe

$$C_0 = \exists r.(A \sqcap \exists r.A \sqcap \forall r.\neg B) \sqcap \exists r.(B \sqcap \exists r.B \sqcap \forall r.\neg A).$$

Gib den Rekursionsbaum

a) eines erfolgreichen Laufes und

b) eines nicht erfolgreichen Laufes

an. Was folgt aus der Existenz dieser beiden Läufe über die Erfüllbarkeit von C_0 ?

2. (25 %) Beweise Lemma 5.26, also die folgende Aussage:

Im PSpace-Spiel φ hat Spielerin 1 eine Gewinnstrategie gdw. C_φ erfüllbar ist.

Orientiere Dich am Beweis für Lemma 5.12, der analogen Aussage für ExpTime-Spiele.

3. (25 %) Schreibe eine TBox in $\mathcal{ALC}(\mathcal{B})$, die Wissen über einen Sachverhalt Deiner Wahl repräsentiert. Dabei muss $\mathcal{B}$ ein konkreter Bereich sein, dessen Domäne $\Delta^{\mathcal{B}}$ einer der Zahlenbereiche $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ ist und der die zweistelligen Prädikate $<, =$ mit den natürlichen Interpretationen und dazu möglicherweise noch weitere Prädikate enthält.

Schreibe mindestens fünf Axiome mit natürlicher Bedeutung, die die zusätzlichen Konstruktoren $\exists, \forall$ aus Definition 5.29 verwenden. Verwende in diesen Axiomen mehrere Featurenamen, die Prädikate $<$ und $=$, mehrere Rollenkomposition R der Länge ≥ 2 sowie in einem Konstruktor zwei Rollenkompositionen verschiedener Länge. Gib zu jedem Axiom dessen Bedeutung in Worten an. Deine Axiome sollen sich natürlich wesentlich von den Beispielen aus der Vorlesung unterscheiden.

4. (25 %) Wende die beiden Algorithmen aus Kapitel 6 der Vorlesung für Subsumtion in $\mathcal{EL}$ (ohne und mit TBoxen) an, um folgende Fragen zu entscheiden:

a) Wird C subsumiert von D, wobei

$$C = \exists r.(A \sqcap B \sqcap \exists s.(A \sqcap B)) \sqcap \exists s.B \qquad \text{und}$$
$$D = \exists r.(A \sqcap \exists s.A \sqcap \exists s.B) \sqcap \exists r.(B \sqcap \exists s.A \sqcap \exists s.B)\,?$$

b) Wird A subsumiert von B bzgl. $\mathcal{T}$, wobei

$$\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \exists r.F,\ \exists s.F \sqsubseteq A,\ \exists r.A \sqsubseteq B,\ B \sqsubseteq F,\ \top \sqsubseteq \exists s.B\}\,?$$

Bitte wenden.

5. Zusatzaufgabe (20 %)

Betrachte die Reduktion vom Halteproblem für 2-Registermaschinen (2RMs) zum Erfüllbarkeitsproblem für $\mathcal{ALC}(\mathcal{B}_1)$ auf den Folien 69–72, wobei $\Delta^{\mathcal{B}_1} = \mathbb{N}$ und $\Phi^{\mathcal{B}_1} = \{=_0, =, +_1\}$ mit den Extensionen wie auf Folie 65.

a) Ersetze den konkreten Bereich $\mathcal{B}_1$ durch einen konkreten Bereich $\mathcal{B}_2$, der auf Wörtern basiert, d. h. $\Delta^{\mathcal{B}_2} = \Sigma^*$ für ein geeignetes Alphabet Σ und $\Phi^{\mathcal{B}_2}$ besteht aus maximal 3 Prädikaten, deren Extensionen geeignete Operationen auf Wörtern sind. Modifiziere die genannte Reduktion so, dass Du eine Reduktion zum Erfüllbarkeitsproblem für $\mathcal{ALC}(\mathcal{B}_2)$ erhältst. Gib dazu Σ, die verwendeten Prädikate und deren Extensionen sowie die erforderlichen Konzeptinklusionen in $\mathcal{T}_M$ an.

b) Nimm wieder die Reduktion zu $\mathcal{ALC}(\mathcal{B}_1)$ aus der Vorlesung zur Grundlage und eliminiere das Prädikat $=$ ohne weitere Prädikate einzuführen. Neue Symbole (Konzept-, Rollen- oder Featurenamen) dürfen eingeführt werden, falls nötig – versuche dabei aber möglichst sparsam zu sein. Gib die neuen Symbole und die erforderlichen Konzeptinklusionen in $\mathcal{T}_M$ an.

Beschreibe in beiden Fällen kurz die Idee hinter Deiner neuen Reduktion. Korrektheitsbeweise sind in beiden Fällen nicht erforderlich (wenn Ihr sie trotzdem aufschreiben oder skizzieren möchtet, gebe ich gern Rückmeldung außerhalb der Wertung).