Prof. Dr. Thomas Schneider SoSe 2018

Beschreibungslogik

Übungsblatt 5

Abgabe im PDF-Format bis 18. 6. 2018, 23:59 Uhr in Stud.IP, Ordner „Abgabe Übungsblatt 5"
Bitte nur eine PDF-Datei pro Gruppe, Lizenz „Selbst verfasstes, nicht publiziertes Werk".

---

1. (25 %) Betrachte den Algorithmus $\mathcal{ALC}$-Worlds auf der Eingabe

$$C_0 \;=\; \exists r.A \;\sqcap\; \exists r.B \;\sqcap\; \forall r.\exists r.A \;\sqcap\; \forall r.\forall r.\neg B\;.$$

Gib den Rekursionsbaum

a) eines erfolgreichen Laufes und

b) eines nicht erfolgreichen Laufes

an. Was folgt aus der Existenz dieser beiden Läufe über die Erfüllbarkeit von C_0 ?

2. (25 %) Beweise die Behauptung aus dem Beweis von Lemma 5.19:

Für alle $C \in \mathsf{sub}(C_0)$ und $v \in V$ gilt: $C \in p_1(v)$ impliziert $v \in C^{\mathcal{I}}$

Orientiere Dich an den entsprechenden Teilen der Korrektheitsbeweise für das Tableau-Verfahren und Typelimination.

3. (25 %) Schreibe eine TBox in $\mathcal{ALC}(\mathcal{B})$, die Wissen über einen Sachverhalt Deiner Wahl repräsentiert. Dabei muss $\mathcal{B}$ ein konkreter Bereich sein, dessen Domäne $\Delta^{\mathcal{B}}$ einer der Zahlenbereiche $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ ist und der die zweistelligen Prädikate $<, =$ mit den natürlichen Interpretationen und dazu möglicherweise noch weitere Prädikate enthält.

Schreibe mindestens fünf Axiome mit natürlicher Bedeutung, die die zusätzlichen Konstruktoren $\exists, \forall$ aus Definition 5.29 verwenden. Verwende in diesen Axiomen mehrere Featurenamen, die Prädikate $<$ und $=$, mehrere Rollenkomposition R der Länge ≥ 2 sowie in einem Konstruktor zwei Rollenkompositionen verschiedener Länge. Gib zu jedem Axiom dessen Bedeutung in Worten an. Deine Axiome sollen sich natürlich wesentlich von den Beispielen aus der Vorlesung unterscheiden.

Gib zusätzlich eine Liste aller verwendeten Terme an, die keine Konzeptnamen sind, und kennzeichne, ob es sich um Rollen-, Feature- oder Prädikatnamen handelt; gib bei Prädikatnamen auch die Stelligkeit an.

4. (25 %) Wende die beiden Algorithmen aus Kapitel 6 der Vorlesung für Subsumtion in $\mathcal{EL}$ (ohne und mit TBoxen) an, um folgende Fragen zu entscheiden:

a) Wird C subsumiert von D, wobei

$$C = \exists r.(A \sqcap B \sqcap \exists s.A \sqcap \exists s.B) \quad \text{und} \quad D = \exists r.(A \sqcap \exists s.B) \sqcap \exists r.(B \sqcap \exists s.A)\,?$$

b) Wird A_1 subsumiert von A_2 bzgl. $\mathcal{T}$, wobei

$$\mathcal{T} = \{A_1 \sqsubseteq \exists r.A_3,\; A_2 \sqsubseteq A_3,\; \top \sqsubseteq \exists s.A_2,\; \exists s.A_3 \sqsubseteq A_1,\; \exists r.A_1 \sqsubseteq A_2\}\,?$$

Bitte wenden.

5. Zusatzaufgabe (20 %) Seien $\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2$ endliche Interpretationen. Betrachte die Relation $\rho \subseteq \Delta^{\mathcal{I}_1} \times \Delta^{\mathcal{I}_2}$, die im Beweis von Theorem 6.11 definiert wurde. Sei also $\rho_0, \rho_1, \ldots$ eine Folge von Relationen wie folgt:

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \{(d,e) \in \Delta^{\mathcal{I}_1} \times \Delta^{\mathcal{I}_2} \mid d \in A^{\mathcal{I}_1} \text{ impliziert } e \in A^{\mathcal{I}_2} \text{ für alle Konzeptnamen } A\} \\ \rho_{i+1} &= \rho_i \setminus \{(d,e) \mid \text{es gibt einen Rollennamen } r \text{ und } (d,d') \in r^{\mathcal{I}_1}, \\ &\qquad \text{so dass } (d',e') \notin \rho_i \text{ für alle } (e,e') \in r^{\mathcal{I}_2}\} \end{aligned}$$

Da $\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2$ endlich sind, stabilisiert sich diese Folge nach endlich vielen Schritten; also gibt es ein i, so dass $\rho_i = \rho_{i+1}$. Dann ist $\rho := \rho_i$.

Zeige, dass ρ die maximale Simulation von $\mathcal{I}_1$ nach $\mathcal{I}_2$ in folgendem Sinne ist: Wenn $\tau_1, \ldots, \tau_n$ alle Simulationen von $\mathcal{I}_1$ nach $\mathcal{I}_2$ sind, dann gilt

$$\rho = \tau_1 \cup \cdots \cup \tau_n.$$

Hinweis: Für die Inklusion „$\subseteq$“ zeige, dass ρ selbst eine Simulation ist. Für „$\supseteq$“ zeige, dass jede Simulation τ_i in ρ enthalten ist.