

### 3. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Beschreibungslogik und Ontologiesprachen“

#### Aufgabe 10: 9 Punkte

Für jedes der Interpretationspaare  $\mathcal{I}_i, \mathcal{J}_i$  in Anhang I, bestimme ob es ein  $\mathcal{ALC}$ -Konzept  $C$  gibt mit  $d \in C^{\mathcal{I}_i}$  und  $e \notin C^{\mathcal{J}_i}$  oder umgekehrt. Wenn dies der Fall ist, gib das Konzept  $C$  explizit an. Wenn nicht, zeige dass  $(\mathcal{I}_i, d) \sim (\mathcal{J}_i, e)$ .

#### Aufgabe 11: 6 Punkte

Konstruiere das Unravelling der Interpretation  $\mathcal{J}_2$  in Anhang I. Führe dazu zunächst Namen für die unbenannten Elemente ein. Halte Dich bei der Konstruktion exakt an Definition 3.5 aus der Vorlesung.

#### Aufgabe 12: 6 Punkte

Sei  $C = A$  und  $\mathcal{T} = \{A \sqsubseteq \forall r.B, A \sqcap B \sqsubseteq \forall r.B, \neg B \sqsubseteq \exists r.A\}$ . Konstruiere die Filtration des Modells in Anhang II bzgl.  $C$  und  $\mathcal{T}$ . Halte Dich bei der Konstruktion exakt an Definition 3.12 aus der Vorlesung.

#### Aufgabe 13: 10 Punkte

Beweise oder widerlege:

- Jede generelle TBox hat mindestens ein Modell.
- Es gibt eine generelle TBox, die nur endliche Modelle hat.
- Jede generelle TBox hat entweder kein Modell oder unendlich viele Modelle.
- $\mathcal{ALC}$  hat zwar die Baummodelleigenschaft und die endliche Modelleigenschaft, aber nicht die *endliche Baummodelleigenschaft*: es gibt ein Konzept  $C$  und eine generelle TBox  $\mathcal{T}$ , so dass  $C$  erfüllbar bzgl.  $\mathcal{T}$  und jedes Modell von  $C$  und  $\mathcal{T}$  entweder unendlich ist oder nicht baumförmig.

Die Resultate aus Kapitel 3 dürfen verwendet werden.

#### Aufgabe 14: 5 Punkte (Zusatzaufgabe)

Beweise, dass die folgende Formel der Logik erster Stufe nicht in  $\mathcal{ALC}$  ausdrückbar ist:

$$\exists y, z. r(x, y) \wedge r(x, z) \wedge r(y, z)$$

Verwende Bisimulation und verfare wie im Beweis von Theorem 3.3.

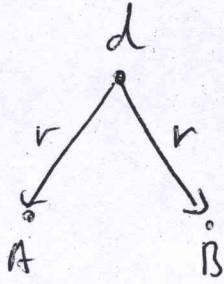
#### Aufgabe 15: 10 Punkte (Zusatzaufgabe)

Definiere die Menge  $\text{sub}(C)$  der Teilkonzepte eines Konzeptes  $C$  per Induktion über die Struktur von  $C$ . Beweise dann per Induktion über die Struktur von  $C$ , dass  $|\text{sub}(C)| \leq |C|$ .

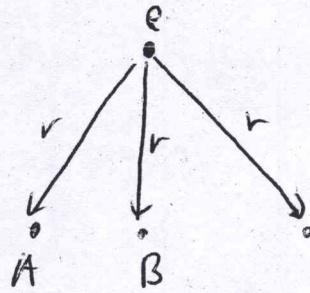
**Hinweis zu den Zusatzaufgaben:** erzielte Punkte werden angerechnet, die Punktzahl dieser Aufgaben geht jedoch nicht in die zu erreichende Gesamtpunktzahl ein.

# Anhang I

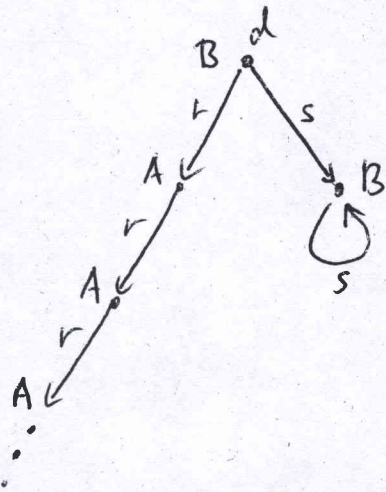
$I_1$



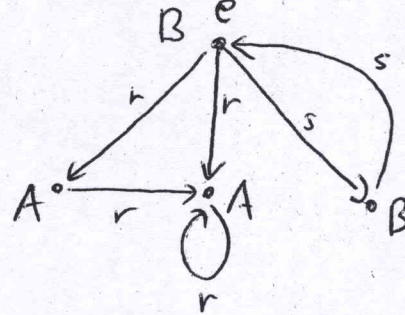
$J_1$



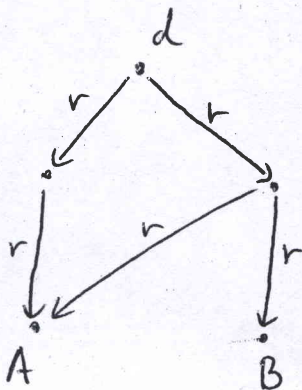
$I_2$



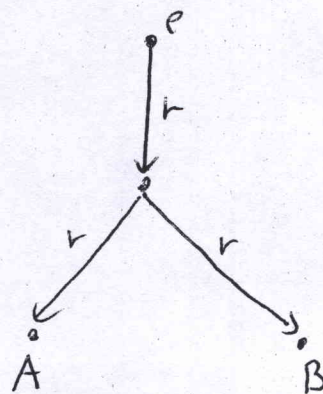
$J_2$



$I_3$



$J_3$



# Anhang II

