

**Theoretische Informatik 1**

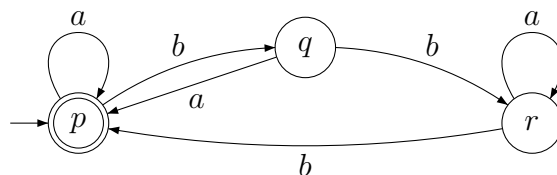
## Gewertete Aufgaben, Blatt 4

Abgabe: Ins Postfach Ihres Tutors bis Montag, den 14.12., 24 Uhr

Besprechung: In Ihrer Übung in KW 51

---

1. (2 · 10% = 20%). Sei  $r_1 = \{a\} \cdot \{a, b\}^*$  und  $r_2 = \{a, b\}^+ \cdot \{b\}^+$ .
  - a) Geben Sie einen NEA  $\mathcal{A}_1$  mit maximal zwei Zuständen an, so dass  $L(\mathcal{A}_1) = L(r_1)$ . Geben Sie einen NEA  $\mathcal{A}_2$  mit maximal drei Zuständen an, so dass  $L(\mathcal{A}_2) = L(r_2)$ .
  - b) Berechnen Sie einen NEA  $\mathcal{A}$  mit  $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{A}_1) \cap L(\mathcal{A}_2)$ , indem Sie die Produktautomatenkonstruktion aus der Vorlesung anwenden.
2. (15%) Zeigen Sie, dass der zusätzliche Zustand im Beweis von Satz 4.1, Punkt 6, wirklich gebraucht wird: Für einen NEA  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, q_0, \Delta, F)$  sei  $\mathcal{A}' = (Q, \Sigma, q_0, \Delta', F \cup \{q_0\})$  mit  $\Delta' = \Delta \cup \{(q, \varepsilon, q_0) \mid q \in F\}$  ein  $\varepsilon$ -NEA. Geben Sie einen konkreten NEA  $\mathcal{A}$  an so, dass  $L(\mathcal{A}') \neq L(\mathcal{A})^*$  und begründen Sie dies.
3. (10%) Zeigen Sie, dass folgendes Problem entscheidbar ist, indem Sie die in der Vorlesung behandelten Abschlusseigenschaften und Entscheidbarkeitsresultate verwenden.  
 EINGABE: Ein NEA  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, q_0, \Delta, F)$  und ein Wort  $w \in \Sigma^*$ .  
 FRAGE: Ist jedes Wort aus  $L$  ein Suffix von  $w$ ?
4. (2 · 15% = 30%) Sei  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Geben Sie für jede der folgenden Sprachen  $L_i$  einen regulären Ausdruck  $r_i$  mit  $L_i = L(r_i)$  an. Erklären Sie die Wahl Ihrer regulären Ausdrücke  $r_i$ .
  - a)  $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ beginnt mit } a \text{ und } |w|_b \text{ ist gerade}\}$ .
  - b)  $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid aa \text{ ist kein Infix von } w\}$ .
5. (25%) Verwenden Sie die Konstruktion aus dem Beweis des Satzes von Kleene und das Lemma von Arden, um einen regulären Ausdruck  $r$  anzugeben, der die von dem folgenden DEA akzeptierte Sprache repräsentiert.



*Hinweis:* Geben Sie für jeden Zustand  $z \in \{p, q, r\}$  eine Gleichung  $X_z = \dots$  an. Lösen Sie dieses Gleichungssystem dann mit Hilfe des Arden-Lemmas.