

3. Aufgabenblatt für die Vorlesung „Komplexitätstheorie“

Aufgabe 11: 20%

Beweise oder widerlege:

- (a) Wenn $L_1 \subseteq L_2$ und L_1 NP-hart, dann auch L_2 NP-hart;
- (b) Wenn eine nicht-triviale endliche Menge NP-vollständig ist, dann $P = NP$;
- (c) Wenn $P = NP$, dann ist jedes nicht-triviale $L \in NP$ auch NP-vollständig;
- (d) Wenn $L' \in \text{coNP}$ und $L \leq_p L'$, dann $L \in \text{coNP}$.

Die *trivialen Mengen* sind hierbei genau \emptyset und Σ^* .

Aufgabe 12: 25%

Beweise, dass IPROG NP-hart ist (beachte die Hinweise aus der Vorlesung).

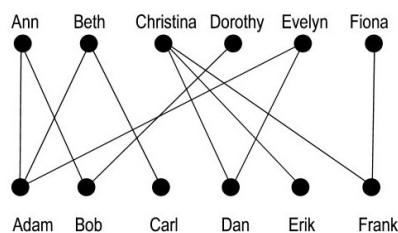
Aufgabe 13: 25%

Eine 3-Formel φ heisst *Spezialformel*, wenn jede Variable in höchstens zwei Klauseln in φ vorkommt, wobei sowohl positive als auch negative Vorkommen gezählt werden. Sei S3SAT die Menge aller erfüllbaren Spezialformeln. Beweise, dass S3SAT in P ist.

Hinweis: Eliminiere wiederholt Variablen, die mehrfach in der Eingabeformel auftauchen, so dass sich die (Un)Erfüllbarkeit der Formel erhält.

Aufgabe 14: 30%

- (a) Finde durch Anwendung des Algorithmus aus der Vorlesung ein maximales Matching für folgenden Graph:



- (b) Beweise, dass für einen gegebenen bipartiten Graphen G und ein gegebenes Matching M in polynomieller Zeit ein M -erweiternder Pfad berechnet werden kann (wenn er existiert).

Aufgabe 15: 25% (Zusatzaufgabe)

Sei φ eine AL-Formel. Eine \neq -Wertzuweisung für die Variablen in φ ist eine Wertzuweisung so dass jede Klausel in φ mindestens zwei Literale mit ungleichen Wahrheitswerten enthält. Mit anderen Worten: eine \neq -Wertzuweisung erfüllt φ ohne in irgendeiner Klausel alle drei Literale wahr zu machen. Sei $\neq 3\text{SAT}$ die Menge aller 3-Formeln, für die es eine \neq -WZ gibt. Beweise, dass $\neq 3\text{SAT}$ NP-vollständig ist.

Hinweis: verwende eine Reduktion von 3SAT, die jede 3SAT-Klausel in zwei $\neq 3\text{SAT}$ -Klauseln umwandelt. Um die Korrektheit der Reduktion zu beweisen, hilft es wahrscheinlich, folgendes zu zeigen: wenn man die Wahrheitswerte einer \neq -WZ für eine AL-Formel φ vertauscht (wahr durch falsch, falsch durch wahr), erhält man wieder eine \neq -WZ für φ .