

# Theoretische Informatik 1

## Gewertete Aufgaben, Blatt 2

Abgabe ins Fach Ihrer/s Tutor(in) bis **14. 11. 11, 12:00** Besprechung: KW 46

1. (15%) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle  $n \geq 1$  gilt:

$$\sum_{i=1}^n (2i-1)^2 = \frac{n(4n^2-1)}{3}$$

2. (2 · 5% + 10% = 20%) Seien  $L_1, L_2, \widehat{L}_1, \widehat{L}_2 \subseteq \Sigma^*$  formale Sprachen und gelte  $L_1 \subseteq \widehat{L}_1$  und  $L_2 \subseteq \widehat{L}_2$ . Zeigen Sie:

a)  $L_1 \cap L_2 \subseteq \widehat{L}_1 \cap \widehat{L}_2$

b)  $L_1 \cdot L_2 \subseteq \widehat{L}_1 \cdot \widehat{L}_2$

c)  $L_1^* \subseteq \widehat{L}_1^*$

3. (3 · 10% + 5% = 35%) Zeigen oder widerlegen Sie folgende Behauptungen.

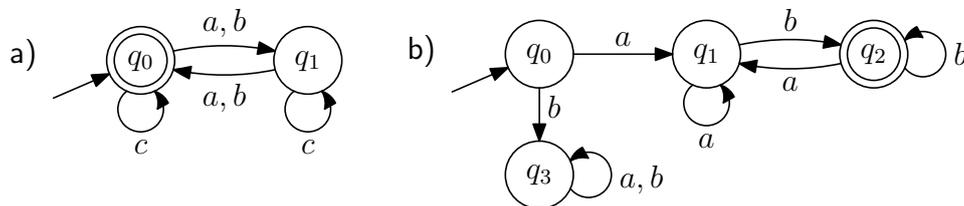
a) Für alle formalen Sprachen  $L_1, L_2$  gilt  $L_1^* \cdot L_2^* \subseteq (L_1 \cup L_2)^*$ .

b) Für alle formalen Sprachen  $L$  gilt  $L^* \cdot L^* = L^*$ .

c) Für alle formalen Sprachen  $L_1, L_2$  gilt  $(L_1 \cup L_2)^* = L_1^* \cup L_2^*$ .

d)  $\emptyset^* = \{\varepsilon\}$

4. (2 · 7% = 14%) Geben Sie die von den folgenden DEA erkannten Sprachen an.



5. (2 · 8% = 16%) Geben Sie für folgende formale Sprachen  $L_i$  einen DEA an, der  $L_i$  erkennt:

a)  $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{jedem } a \text{ in } w \text{ gehen unmittelbar mindestens zwei } b\text{'s voraus}\}$

b)  $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält mindestens zwei } a\text{'s und höchstens ein } b\}$