

Theoretische Informatik 1

Ungewertete Aufgaben, Blatt 9

Besprechung: in den Übungen in KW 3 (16.–19. 1. 12)

1. Untersuchen Sie folgende Tupel $G_i = (N, \Sigma, P, S)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$ darauf, ob sie eine Grammatik definieren. Wenn ja, geben Sie deren maximalen Chomsky-Typ an.

	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5
N	$\{S, A\}$	$\{S\}$	$\{S, X, Y\}$	$\{S, X, Y\}$	$\{S, X, Y, Z\}$
P	$\{\varepsilon \rightarrow b, S \rightarrow Ab\}$	$\{S \rightarrow aSb, S \rightarrow \varepsilon\}$	$\{XY \rightarrow Y, S \rightarrow aYb, S \rightarrow XY, Y \rightarrow a\}$	$\{S \rightarrow aY, X \rightarrow a, Y \rightarrow bS, Y \rightarrow b, Y \rightarrow bX\}$	$\{X \rightarrow b, Y \rightarrow aYYb, aY \rightarrow aZ, ZY \rightarrow ZX, S \rightarrow Y, Z \rightarrow a\}$

2. Gegeben ist die folgende kontextfreie Grammatik $G = (N, \Sigma, P, S)$. Welche der nebenstehenden Wörter sind in $L(G)$; welche nicht? Geben Sie im positiven Fall Ableitungen und im negativen Fall eine Begründung an.

$N = \{S, A, B\}$	$P = \{S \rightarrow ABS, S \rightarrow AB, A \rightarrow aA, A \rightarrow a, B \rightarrow bA\}$	a) $aabaab$
$\Sigma = \{a, b\}$		b) $aaaaba$
		c) $aabbaa$
		d) $abaaba$

3. Geben Sie für jede Sprache L_i eine Grammatik G_i vom Typ i an, so dass $L(G_i) = L_i$.

- a) $L_3 = \{aa\} \cdot \{b^n \mid n \geq 0, n \text{ ist durch } 3 \text{ teilbar}\}$
 b) $L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0, k = i + j\}$

4. Eine Grammatik $G = (N, \Sigma, P, S)$ heißt *linkslinear*, falls jede Produktion in P die Form $A \rightarrow Bu$ oder $A \rightarrow u$ hat, wobei $A, B \in N$ und $u \in \Sigma^*$. Zeigen Sie, dass die durch linkslineare Grammatiken erzeugten Sprachen mit den regulären Sprachen übereinstimmen.

5. Gegeben ist die Typ-2-Grammatik $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$ mit

$$P = \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow SS, S \rightarrow aSb, S \rightarrow bSa\}.$$

Beweisen Sie: $L(G) = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$.