Logik

Vorlesung im Wintersemester 2010

Organisatorisches

- Zeit und Ort:

  Di 14-16 MZH 5210
  Do 16-18 MZH 5210

- Prof. Carsten Lutz
  Raum MZH 3090
  Tel. (218)-64431
  clu@uni-bremen.de

- Position im Curriculum:

  Modulbereich Theorie, Aufbau VL

Organisatorisches

- Voraussetzungen:
  Grundvorlesung Theoretische Informatik

- Form: K4, 7 Termine mit Übungen
  (aber Diskussion in VL jederzeit erwünscht!)

- Vorlesungsmaterial:

  Folien und Aufgabenblätter auf:

  http://www.informatik.uni-bremen.de/tdki/lehre/ws10/logik/

  Beispiele, Beweise, etc an der Tafel (mitschreiben!)

Literatur

Große Teile aus:

- Erich Grädel. Mathematische Logik I. Vorlesungsskript, RWTH Aachen, Verfügbar in Stud.IP

Logik zweiter Stufe:

- Leonid Libkin. Elements of Finite Model Theory. Springer Verlag, 2004

Weitere Referenzen:

- Uwe Schöning. Logik für Informatiker. Spektrum akademischer Verlag, 2000 (5. Auflage).
- Christel Bayer. Advanced Logics. Vorlesungsskript, TU Dresden
- Heinz-Dieter Ebbinghaus, Jörg Flum, Wolfgang Thomas. Mathematical Logic. Springer Verlag, 1994 (2. Auflage).

Prüfungen

Mündliche Prüfung

oder

Übungen:

- Übungsaufgaben jede zweite Woche (mit Zusatzaufgaben)
- Werden in Gruppen (2-3 Personen) bearbeitet, abgegeben und korrigiert, mindestens einmal vorrechnen
- Fachgespräche am Ende des Semesters

Logik

Vorlesung im Wintersemester 2010

Ursprünge der Logik

Traditionell ist die Logik ein Teilgebiet der Philosophie und Mathematik:

Philosophie:

Lehre des vernünftigen Schlussfolgerns,
geht zurück auf Aristoteles (~300 a.D.)

Klassisches Beispiel: Syllogismen

$$\frac{\begin{array}{l}\text{Alle Menschen sind sterblich}\\ \text{Sokrates ist ein Mensch}\end{array}}{\text{Sokrates ist sterblich}} \qquad \frac{\begin{array}{l}\text{Jedes } P \text{ ist auch ein } Q\\ x \text{ is ein } P\end{array}}{x \text{ ist ein } Q}$$

Seit dem 20. Jh ein elaboriertes und vielfältiges Teilgebiet der Philosophie

Ziel: Abstrakte und formale Behandlung philosophischer Fragestellungen

Ursprünge der Logik

Traditionell ist die Logik ein Teilgebiet der Philosophie und Mathematik:

Mathematik:

Logik spielt zentrale Rolle für die Grundlagen der Mathematik

Klassisches Beispiel: die Peano-Axiome für die natürlichen Zahlen (formuliert in der Logik zweiter Stufe)

- $0 \in \mathbb{N}$
- $\forall n \in \mathbb{N} : \exists n' \in \mathbb{N} : n' = nf(n)$
- $\forall n \in \mathbb{N} : nf(n) \neq 0$
- $\forall n, m \in \mathbb{N} : (nf(n) = nf(m) \to n = m)$
- $\forall X : \big(0 \in X \land \forall n : (n \in X \to nf(n) \in X)\big) \to \mathbb{N} \subseteq X$

Aus diesen Grundannahmen lassen sich alle Eigenschaften der natürlichen Zahlen herleiten.

Ursprünge der Logik

Was hat das mit Informatik zu tun?

Logik in der Informatik

Logik ist eine der wichtigsten mathematischen Grundlagen der Informatik

Von essentieller Bedeutung z.B. für:

- Datenbanken und Semistrukturierte Daten (XML)
- Verifikation von Hard- und Software
- Programmiersprachen
- Komplexitätstheorie
- Wissensrepräsentation / Künstliche Intelligenz
- Automatisches Theorembeweisen
- etc

Logische Methoden haben die Entwicklung der Informatik entscheidend mitbestimmt.

Umgekehrt ist heute die Informatik eine der größten Triebkräfte hinter der Weiterentwicklung der Logik.

Fallbeispiel 1: Datenbanken

SQL Anfragebeantwortung kann als Logikproblem verstanden werden

Im folgenden: FO = Prädikatenlogik erster Stufe

- SQL Formeln entsprechen im wesentlichen FO-Formeln
- SQL Datenbankinstanzen entsprechen FO-Strukturen
- SQL Anfragebeantwortung entspricht Modelprüfung in FO

Slogan: SQL ist Logik

Diese Sichtweise hat die Entwicklung und den Erfolg von relationalen Datenbanken entscheidend mitgeprägt.

(Ted Codd, System R am IBM Almaden Research Center 1960'er-70'er)

Fallbeispiel 2: Verifikation

Verifikation: nachweisen, dass ein Chip / Programm eine gewünschte Spezifikation erfüllt (z.B. keine Division durch 0, keine Deadlocks)

Verifikation basiert i.d.R. auf Logik:

- Chip / Programm kann als logische Struktur modelliert werden
- Spezifikation kann als logische Formel modelliert werden, z.B. in einer Temporallogik wie LTL oder CTL
- Verifikation entspricht dann wieder Modellprüfung

Verifikation ist heutzutage ein zentrales Thema im Chipdesign, wird aber auch für Software zunehmend wichtiger.

Logik hat dieses wichtige Teilgebiet der Informatik entscheidend geprägt

Fallbeispiel 3: Komplexitätstheorie

Schwierigstes offenes Problem der theoretischen Informatik:

$$\text{Ist } P \neq NP\ ?$$

Klassische Definition NP:

Menge der Probleme, die von einer nicht-deterministischen Turingmaschine in Polynomialzeit gelöst werden können.

Alternative, aber äquivalente Definition:

Menge der Probleme, die mittels einer Formel der existentiellen Logik zweiter Stufe definiert werden können.

Dies erlaubt das Studium von P und NP mit logischen Methoden, komplett ohne Turingmaschinen oder andere Berechnungsmodelle

(Deskriptive Komplexitätstheorie)

Ziele der Vorlesung

- Einführung der grundlegenden logischen Formalismen,

  insb. Aussagenlogik und Prädikatenlogik erster und zweiter Stufe,

- Formulierung und Beweis der zentralen Resultate der Logik,

  insb. zu Schlussfolgerungsproblemen, Ausdrucksstärke und anderen Informatik-relevanten Themen

- Herstellung von Querbezügen zu anderen Teilgebieten der Informatik

  insb. zu Datenbanken, Verifikation und Komplexitätstheorie

Übersicht Vorlesung

- Einführung
- Teil 1: Aussagenlogik
- Teil 2: Prädikatenlogik Grundlagen
- Teil 3: Mehr zur Prädikatenlogik erster Stufe
- Teil 4: Prädikatenlogik zweiter Stufe