

Ausarbeitung des Beispiels „Stundenplan“ von Teil 1, Folie 14

Wir verwenden die Variablen

$$x_{ij}^\alpha \quad \text{mit} \quad \alpha \in \{M, S, K\}, \quad i \in \{I, II, III\}, \quad j \in \{a, b\}.$$

Die Variable x_{ij}^α repräsentiert die Aussage

„Lehrer α unterrichtet in Stunde i die Klasse j .“

Wir modellieren das Problem wie folgt:

- Jede Stunde wird von einem passenden Lehrer unterrichtet:

$$\varphi_1 = \bigwedge_{ij \in \{Ia, IIIa, IIIb\}} (x_{ij}^M \vee x_{ij}^K) \quad \wedge \quad \bigwedge_{ij \in \{Ib, IIa, IIb\}} (x_{ij}^S \vee x_{ij}^K)$$

Die Konjunktion in der 1. Hälfte iteriert über alle Deutschstunden (also Ia, IIIa, IIIb) und besagt, dass diese nur von Lehrern Müller oder Körner unterrichtet werden können. Analog für die 2. Hälfte.

- Jeder Lehrer unterrichtet ≤ 2 Stunden:

$$\varphi_2 = \bigwedge_{\alpha \in \{M, S, K\}} \bigvee_{\substack{ij, i'j' \in \{Ia, Ib, IIa, IIb, IIIa, IIIb\} \\ ij \neq i'j'}} (x_{ij}^\alpha \wedge x_{i'j'}^\alpha)$$

Diese Formel ist eine Konjunktion aus drei Teilen, einem pro Lehrer α . Jeder Teil ist wiederum eine Disjunktion, die besagt, dass es ein Paar von *verschiedenen* Stunden (ij und $i'j'$) gibt, das der jeweilige Lehrer α unterrichtet.

- Kein Lehrer unterrichtet zwei Klassen gleichzeitig:

$$\varphi_3 = \bigwedge_{\alpha \in \{M, S, K\}} \bigwedge_{i \in \{I, II, III\}} \neg(x_{ia}^\alpha \wedge x_{ib}^\alpha)$$

Diese Formel ist eine Konjunktion über alle Kombinationen aus Lehrer α und Stunde i ; jeder Bestandteil dieser Konjunktion besagt, dass Lehrer α in Stunde i nicht gleichzeitig Klasse a und b unterrichten kann.

- In jeder Unterrichtsstunde wird jede Klasse von höchstens einem Lehrer unterrichtet:

$$\varphi_4 = \bigwedge_{i \in \{I, II, III\}} \bigwedge_{j \in \{a, b\}} (\neg(x_{ij}^M \wedge x_{ij}^S) \wedge \neg(x_{ij}^M \wedge x_{ij}^K) \wedge \neg(x_{ij}^S \wedge x_{ij}^K))$$

Diese Formel ist eine Konjunktion über alle Kombinationen aus Stunde i und Klasse j ; jeder Bestandteil dieser Konjunktion besagt, dass keine zwei Lehrer aus $\{M, S, K\}$ in ij unterrichten können.

Man sieht nun leicht, dass die Belegungen V mit

$$V \models \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3 \wedge \varphi_4$$

genau den Lösungen des Zeitplanungsproblems entsprechen.