

Logik

Übungsblatt 7

Ungewertete Aufgaben – Besprechung am 3.2. in der Übung

1. Gib für die folgenden Wörter über dem Alphabet $\Sigma_n = \{0, 1\}^n$ die entsprechende S1S-Struktur an.

- a) $(1, 1), (1, 1), (0, 1), (1, 0)$
- b) $(0, 0, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)$
- c) $(1, 1, 0), (1, 0, 1), (1, 1, 1), (1, 1, 0)$

Beschreibe die S1S-Strukturen, die durch die folgenden Sprachen gegeben sind.

- d) $L(((0, 1) \cdot (1, 0))^+)$
- e) $L((0, 0, 1)^+ \cdot (1, 1, 0) \cdot (0, 1, 0)^+)$

2. Gib für die folgenden Sprachen $L \subseteq \{0, 1\}^*$ jeweils einen S1S-Satz φ an, so dass $L \setminus \{\varepsilon\} = L(\varphi)$.

- a) $(1 + 10)^*$
- b) $(001)^*$

Sei S1S^+ die Erweiterung von S1S um Quantifizierung über Relationsvariablen beliebiger Stelligkeit. Zeige:

- c) Es gibt einen S1S^+ -Satz φ mit $L(\varphi) = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$.

3. a) Bringe den folgenden S1S-Satz in die Normalform aus dem Beweis des Theorems von Büchi-Elgot-Trakhtenbrot:

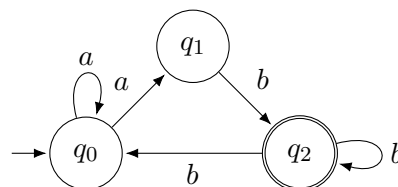
$$\forall x (x > 0 \rightarrow P_1(x))$$

- b) Konstruiere den endlichen Automaten \mathcal{A}_φ für

$$P_1 \subseteq P_2 \wedge \exists X (P_1 \subseteq X \wedge \text{succ}(X) = P_2)$$

und gib $L(\mathcal{A}_\varphi)$ an mit der Kodierung $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = a$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = b$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = c$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = d$.

- c) Gib für den folgenden nichtdeterministischen endlichen Automaten die entsprechende MSO-Formel aus dem Beweis des Theorems von Büchi-Elgot-Trakhtenbrot an.



Bitte wenden.

4. Entscheide für die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\{a, b\}$, ob sie sternfrei sind. Falls ja, gib eine sternfreie Beschreibung an. Ansonsten begründe kurz.
- a) $(a + b)^*b(a + b)^*$
 - b) a^*
 - c) $(aa)^*$
 - d) $(ab^+)^*$
5. Betrachte die folgende Menge von Aussagenvariablen: `pay`, `getcoffee`, `gettea`. Finde LTL-Formeln, die die folgenden Eigenschaften (eines Getränkeautomaten) ausdrücken:
- a) Nach dem Bezahlen bekommt man schließlich Kaffee oder Tee (aber nicht unbedingt zum unmittelbar nächsten Zeitpunkt);
 - b) Die Nachfrage endet nie, sowohl an Kaffee als auch an Tee;
 - c) Nach dem Bezahlen und vor dem Erhalt von Kaffee oder Tee ist es nicht möglich, nochmal zu bezahlen;
 - d) Wenn man bezahlt hat und Kaffee oder Tee erhalten hat, dann bekommt man ohne zu bezahlen nicht nochmals Kaffee oder Tee.

Beachte: es ist natürlich jeweils „zu jedem Zeitpunkt“ gemeint, also z. B. in Aufgabe a): wenn man zu einem beliebigen Zeitpunkt bezahlt, bekommt man schließlich (= nach endlicher Zeit) Kaffee oder Tee.