

Theoretische Informatik 1

Blatt 10

Abgabe: bis **11.01.2016 um 14 Uhr**

Besprechung: KW 2

1. (**3 × 10 = 30 Punkte**) Gib zu jeder der Grammatiken $G_k = (N, \Sigma, P_k, S)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $N = \{S, A, B\}$ und P_k wie unten

- (i) das maximale i an, so dass G_k eine Grammatik vom Typ i ist,
- (ii) die von ihr erzeugte Sprache $L(G_k)$ an und
- (iii) das maximale j an, so dass $L(G_k)$ eine Typ- j -Sprache ist.

$$P_1 = \{S \rightarrow AB, S \rightarrow \varepsilon, B \rightarrow b, B \rightarrow bb, A \rightarrow aS\}$$

$$P_2 = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow Aa, A \rightarrow \varepsilon, B \rightarrow bbbB, B \rightarrow \varepsilon\}$$

$$P_3 = \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow aA, S \rightarrow bS, A \rightarrow aA, A \rightarrow bB, A \rightarrow \varepsilon, B \rightarrow bS, B \rightarrow \varepsilon\}$$

2. (**20 Punkte**) Sei $G = (\{S, T, U, V\}, \{a, b\}, P, S)$ eine Grammatik mit $P = \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow aSb, S \rightarrow T, T \rightarrow U, U \rightarrow bU, T \rightarrow V, V \rightarrow \varepsilon, V \rightarrow bSa\}$.
Forme G in eine äquivalente reduzierte Grammatik um und bringe danach die entstandene Grammatik in Chomsky-Normalform. Verwende in beiden Schritten die in der Vorlesung eingeführten Verfahren.

3. Verwende den CYK-Algorithmus mit der Matrix-Notation aus der Vorlesung, um für die folgenden Wörter zu entscheiden, ob sie in $L(G')$ liegen, wobei G' das Ergebnis aus Aufgabe 2 ist.

a) $w_1 = aababb$

b) $w_2 = ababaa$

4. Zeige unter Verwendung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die Sprache $L = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$ nicht kontextfrei ist.
5. Zeige durch Angabe einer Typ-2-Grammatik und unter Verwendung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass eine der folgenden zwei Sprachen vom Typ 2 ist und die andere nicht.

a) $L_2 = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$

b) $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid \forall v \in \{a, b\}^* : w \neq vv\}$

Was heißt das für die Abschlusseigenschaften von kontextfreien Sprachen?