

Logik

Übungsblatt 2

Abgabe am 15. 11. zu Beginn der Übung

1. (25 %) Wende den Polyzeit-Algorithmus aus der Vorlesung an, um die Erfüllbarkeit folgender Horn-Formeln zu entscheiden. Im Fall von Erfüllbarkeit gib ein minimales Modell für die Formel an.

a) $(x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge \neg x_1 \wedge x_2 \wedge (\neg x_2 \vee x_4) \wedge (x_3 \vee \neg x_4)$

b) $x_1 \wedge (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_4 \vee \neg x_5) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_5) \wedge (x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5) \wedge x_5$

2. (28 %) Beweise die folgenden Aussagen:

a) φ ist gültig genau dann, wenn $\neg\varphi$ unerfüllbar ist.

b) φ ist gültig genau dann, wenn $1 \models \varphi$.

c) Wenn $\varphi \models \psi$ und $\neg\varphi \models \psi$, dann ist ψ gültig.

d) Eine KNF-Formel ist genau dann gültig, wenn jedes Konjunkt zwei Literale der Form x , $\neg x$ enthält.

Hinweis: Verwende die Definition der Begriffe Gültigkeit, Erfüllbarkeit, \models usw.

3. (27 %)

- a) Berechne $\text{Res}^*(M)$ für die Klauselmengemenge M , die der folgenden Formel entspricht:

$$x_1 \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_4)$$

Ist die Formel erfüllbar?

- b) Gib einen Resolutionsbeweis für die Unerfüllbarkeit der folgenden Formel an:

$$x_1 \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4) \wedge (x_3 \vee \neg x_5) \wedge x_4 \wedge x_5$$

- c) Berechne $\text{ERes}^*(M)$ für die Klauselmengemenge M , die der folgenden Horn-Formel entspricht:

$$x_1 \wedge (x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_1 \wedge x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_1 \wedge x_2 \wedge x_4 \rightarrow 0) \wedge x_3$$

Ist die Formel erfüllbar?

4. (20 %) Zeige, dass Variante 2 des Kompaktheitssatzes aus der ersten folgt.

5. **Zusatzaufgabe** (20 %)

Zeige, dass Einheitsresolution nicht vollständig ist, wenn man sie auf *beliebige* Klauselmengen anwendet.