

Automatentheorie und ihre Anwendungen

Übungsblatt 2

Abgabe bis **Fr., 17. 11., 23:59 Uhr** in Stud.IP, Ordner „Abgabe Übungsblatt 2“, als PDF.
 Bitte nur eine Datei pro Gruppe, Lizenz „Selbst verfasstes, nicht publiziertes Werk“.

1. (30 %) Sei $\Sigma = \{a/2, b/1, c/0, d/0\}$. Gib DEBAs an, die folgende Baumsprachen erkennen.

- a) die Menge aller Bäume mit gerader Höhe, die nicht a enthalten
- b) die Menge aller Bäume, die c und d enthalten
- c) die Menge aller Bäume $T = (P, t)$ mit $t(\varepsilon) = a, t(1) = t(2) = b$
- d) die Menge aller Bäume, die einen Teilbaum der Form $a(c, d)$ enthalten

Welche der obigen Sprachen werden von einem DETDBA erkannt? Gib entweder den Automaten an oder begründe, warum es keinen geben kann.

2. (20 %) Gegeben ist der NEBA $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Delta, I, F)$ mit

$$\begin{aligned} Q &= \{q_0, q_1\}, & I &= \{q_0\}, & F &= \{q_1\} \\ \Sigma &= \{a/2, b/0\} \\ \Delta &= \{b() \rightarrow q_0, a(q_0, q_0) \rightarrow q_0, a(q_0, q_0) \rightarrow q_1\} \end{aligned}$$

- a) Welche Sprache erkennt \mathcal{A} ?
 - b) Wandle \mathcal{A} mittels Potenzmengenkonstruktion in einen äquivalenten DEBA um. Dabei kannst Du den Zustand \emptyset und Übergänge der Form „... $\rightarrow \emptyset$ “ weglassen.
3. (20 %) Hier verallgemeinern wir die Anwendung „Textsuche“ auf endliche Bäume. Gesucht ist ein NEBA, der prüft, ob ein gegebener Baum einen bestimmten festen Baum als Teilbaum besitzt. Genauer:

Sei Σ ein r -Alphabet und T ein endlicher Baum über Σ . Konstruiere einen NEBA \mathcal{A}_T , der genau diejenigen Bäume T' über Σ akzeptiert, für die es einen Kontext C gibt mit $T' = C[T]$. Erkläre die Funktionsweise Deines Automaten in Worten. Ein Beweis der Korrektheit ist nicht erforderlich, wird aber ggf. mit bis zu 10 Zusatzpunkten honoriert.

4. (20 %) Zeige, dass folgende Baumsprachen über dem r -Alphabet $\Sigma = \{a/2, b/0, c/0\}$ nicht erkennbar sind. Verwende das Pumping-Lemma für a) und den Satz von Myhill-Nerode für b).

- a) $\{T \mid \text{in } T \text{ kommen gleich viele } b\text{'s und } c\text{'s vor}\}$
- b) $\{T = (P, t) \mid t(\varepsilon) = a \text{ und } T_1 = T_2\}$ ($T_p =$ Teilbaum von T an Position p)

5. (10 %) Zeige, dass die Klasse der von DETDBAs erkannten Sprachen *nicht* unter Vereinigung abgeschlossen ist. Hinweis: Betrachte Sprachen von Bäumen, in denen nicht alle Blätter mit demselben Symbol markiert sind.

Bitte wenden.

- 6. Zusatzaufgabe (20%)** Eine aussagenlogische Formel φ mit den Aussagenvariablen x_1, \dots, x_n heißt *erfüllbar*, wenn es eine Belegung von x_1, \dots, x_n mit Werten aus $\{0, 1\}$ gibt, unter der φ zu „wahr“ ausgewertet. Jeder solchen Formel φ entspricht auf natürliche Weise ein Baum T_φ über dem Alphabet $\Sigma^{(n)} = \{\text{and}/2, \text{or}/2, \text{neg}/1, x_1/0, \dots, x_n/0\}$.
- Sei n fest gegeben, aber beliebig. Konstruiere einen NEBA \mathcal{A}_n , der die Menge aller erfüllbaren Booleschen Formeln mit den Aussagevariablen x_1, \dots, x_n erkennt. Erkläre die Funktionsweise Deines Automaten in Worten und beweise, dass er korrekt ist.