

Logik

WiSe 2017/18

Prof. Dr. Thomas Schneider
 AG Theorie der künstlichen Intelligenz
 Cartesium, Raum 2.56
[ts\[at\]informatik.uni-bremen.de](mailto:ts[at]informatik.uni-bremen.de)

Homepage der Vorlesung:
<http://tinyurl.com/ws1718-logic>

Zeit und Ort:

Di 8–10 MZH 1470
 Mi 16–18 MZH 1470

Vortragender:

Prof. Dr. Thomas Schneider
 Raum Cartesium 2.56
 Tel. (218)-64432
[ts\[at\]informatik.uni-bremen.de](mailto:ts[at]informatik.uni-bremen.de)

Position im Curriculum:

Wahlbereich Bachelor-Basis
 Modulbereich Theorie
 Master-Profile SQ und KIKR

Organisatorisches

Voraussetzungen:

- Grundkenntnisse aus den Vorlesungen
- „Mathematische Grundlagen 1“ und
 - „Theoretische Informatik 1+2“
 (v. a. Berechenbarkeit und Komplexität; Skript in Stud.IP)

Form:

K4
 3 Termine Vorlesung, 1 Termin Übung (siehe Liste auf Homepage)
 Diskussion in Vorlesung **jederzeit erwünscht!**

Vorlesungsmaterial:

- Folien und Aufgabenblätter auf Homepage:
<http://tinyurl.com/ws1718-logic>
- Beispiele, Beweise etc. an der Tafel (**mitschreiben!**)
 (sind auch als PDF auf Homepage)
- Fragebögen zur Aktivierung (geplant, ab morgen)

Literatur

Große Teile aus:

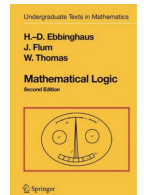
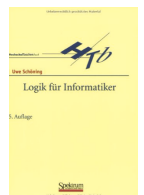
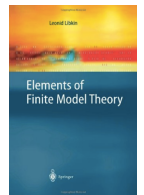
- Erich Grädel. Mathematische Logik I.
 Vorlesungsskript, RWTH Aachen,
<http://tinyurl.com/ss16-logic-graedel>

Logik zweiter Stufe:

- Leonid Libkin. Elements of Finite Model Theory.
 Springer Verlag, 2004

Weitere Referenzen:

- Uwe Schöning. Logik für Informatiker.
 Spektrum akademischer Verlag, 2000 (5. Auflage).
- Christel Baier. Advanced Logics. VL-Skript, TU Dresden.
- Heinz-Dieter Ebbinghaus, Jörg Flum, Wolfgang Thomas.
 Mathematical Logic. Springer Verlag, 1994 (2. Auflage).



Ursprünge der Logik

Traditionell ist die Logik ein Teilgebiet der Philosophie und Mathematik:

Philosophie:

Lehre des vernünftigen Schlussfolgerns,
geht zurück auf Aristoteles (≈300 a. D.)

Klassisches Beispiel: **Syllogismen**

Alle Menschen sind sterblich
Sokrates ist ein Mensch

Sokrates ist sterblich

Jedes P ist auch ein Q
 x ist ein P

 x ist ein Q

Seit dem 20. Jh. ein elaboriertes und vielfältiges Teilgebiet der Philosophie
Ziel: Abstrakte und formale Behandlung philosophischer Fragestellungen

Ursprünge der Logik

Traditionell ist die Logik ein Teilgebiet der Philosophie und Mathematik:

Mathematik:

Logik spielt zentrale Rolle für die Grundlagen der Mathematik

Klassisches Beispiel: die **Peano-Axiome** für die natürlichen Zahlen
(formuliert in der Logik zweiter Stufe)

- $0 \in \mathbb{N}$
- $\forall n \in \mathbb{N} : \exists n' \in \mathbb{N} : n' = nf(n)$
- $\forall n \in \mathbb{N} : nf(n) \neq 0$
- $\forall n \forall m \in \mathbb{N} : (nf(n) = nf(m) \rightarrow n = m)$
- $\forall X : (0 \in X \wedge \forall n : (n \in X \rightarrow nf(n) \in X)) \rightarrow \mathbb{N} \subseteq X$

Aus diesen Grundannahmen lassen sich alle Eigenschaften der natürlichen Zahlen herleiten.

Logik in der Informatik

Logik ist eine der wichtigsten mathematischen Grundlagen der Informatik

Von essentieller Bedeutung z. B. für:

- Datenbanken und semistrukturierte Daten (XML)
- Verifikation von Hard- und Software
- Programmiersprachen
- Komplexitätstheorie
- Wissensrepräsentation / Künstliche Intelligenz
- Automatisches Theorembeweisen
- etc.

Logische Methoden haben die Entwicklung der Informatik entscheidend mitbestimmt.

Umgekehrt ist heute die Informatik eine der größten Triebkräfte hinter der Weiterentwicklung der Logik.

Fallbeispiel 1: Datenbanken

SQL-Anfragebeantwortung kann als Logikproblem verstanden werden

Im Folgenden: **FO** = Prädikatenlogik erster Stufe

- SQL-Anfragen sind im Wesentlichen **FO-Formeln**
- SQL-Datenbankinstanzen sind **FO-Strukturen**
- SQL-Anfragebeantwortung entspricht **Modellprüfung** in FO

Slogan: **SQL ist Logik**

Diese Sichtweise hat die Entwicklung und den Erfolg von relationalen Datenbanken entscheidend mitgeprägt.

(Ted Codd, System R am IBM Almaden Research Center 1960'er–70'er)

Fallbeispiel 2: Verifikation

Verifikation: nachweisen, dass ein Chip / Programm eine gewünschte Spezifikation erfüllt (z. B. keine Division durch 0, keine Deadlocks)

Verifikation basiert in der Regel auf Logik:

- Chip / Programm kann als (endliche oder unendliche) **logische Struktur** modelliert werden
- Spezifikation kann als logische **Formel** modelliert werden, z. B. in einer Temporallogik wie LTL oder CTL
- Verifikation entspricht dann wieder **Modellprüfung**

Verifikation ist heutzutage ein zentrales Thema im Chipdesign und wird auch für Software zunehmend wichtiger.

Logik hat dieses wichtige Teilgebiet der Informatik entscheidend geprägt

Fallbeispiel 3: Komplexitätstheorie

Bekanntestes offenes Problem der theoretischen Informatik:

Ist $P \neq NP$?

Klassische Definition NP:

Menge der Probleme, die von einer nichtdeterministischen Turingmaschine in Polynomialzeit gelöst werden können.

Alternative, aber äquivalente Definition:

Menge der Probleme, die mittels einer **Formel** der existentiellen Logik zweiter Stufe **definiert** werden können.

Dies erlaubt das Studium von P und NP **mit logischen Methoden**, komplett **ohne Turingmaschinen oder andere Berechnungsmodelle** (**Deskriptive Komplexitätstheorie**)

Ziele der Vorlesung

Einführung der grundlegenden logischen Formalismen

insbesondere Aussagenlogik und Prädikatenlogik 1. und 2. Stufe

Formulierung und Beweis der zentralen Resultate der Logik

insbesondere zu Schlussfolgerungsproblemen, Ausdrucksstärke und anderen Informatik-relevanten Themen

Herstellung von Querbezügen zu anderen Teilgebieten der Informatik

insbesondere zu Datenbanken, Verifikation und Komplexitätstheorie

Übersicht Vorlesung

Einführung



Teil 1: Aussagenlogik

Teil 2: Prädikatenlogik Grundlagen

Teil 3: Mehr zur Prädikatenlogik erster Stufe

Teil 4: Prädikatenlogik zweiter Stufe