

## Automatentheorie und ihre Anwendungen

### Übungsblatt 2

Abgabe bis **So., 18. 11., 23:59 Uhr** in Stud.IP, Ordner „Abgabe Übungsblatt 2“, als PDF.  
 Bitte nur eine Datei pro Gruppe, Lizenz „Selbst verfasstes, nicht publiziertes Werk“.

---

1. (30 %) Sei  $\Sigma = \{a/2, b/1, c/0, d/0\}$ . Gib DEBAs an, die folgende Baumsprachen erkennen.

- a) die Menge aller Bäume mit gerader Höhe, die nicht  $a$  enthalten
- b) die Menge aller Bäume, die  $c$  und  $d$  enthalten
- c) die Menge aller Bäume  $T = (P, t)$  mit  $t(\varepsilon) = a, t(1) = t(2) = b$
- d) die Menge aller Bäume, die einen Teilbaum der Form  $a(c, d)$  enthalten

Welche der obigen Sprachen werden von einem DETDBA erkannt? Gib entweder den Automaten an oder begründe, warum es keinen geben kann.

2. (20 %) Gegeben ist der NEBA  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \Delta, F)$  mit

$$\begin{aligned} Q &= \{q_0, q_1\}, & F &= \{q_1\} \\ \Sigma &= \{a/2, b/0\} \\ \Delta &= \{b() \rightarrow q_0, a(q_0, q_0) \rightarrow q_0, a(q_0, q_0) \rightarrow q_1\} \end{aligned}$$

- a) Welche Sprache erkennt  $\mathcal{A}$ ?
  - b) Wandle  $\mathcal{A}$  mittels Potenzmengenkonstruktion in einen äquivalenten DEBA um. Dabei kannst Du den Zustand  $\emptyset$  und Übergänge der Form „...  $\rightarrow \emptyset$ “ weglassen.
3. (20 %) Hier verallgemeinern wir die Anwendung „Textsuche“ auf endliche Bäume. Gesucht ist ein NEBA, der prüft, ob ein gegebener Baum einen bestimmten festen Baum als Teilbaum besitzt. Genauer:

Sei  $\Sigma$  ein  $r$ -Alphabet und  $T$  ein endlicher Baum über  $\Sigma$ . Konstruiere einen NEBA  $\mathcal{A}_T$ , der genau diejenigen Bäume  $T'$  über  $\Sigma$  akzeptiert, für die es einen Kontext  $C$  gibt mit  $T' = C[T]$ . Erkläre die Funktionsweise Deines Automaten in Worten. Ein Beweis der Korrektheit ist nicht erforderlich, wird aber ggf. mit bis zu 10 Zusatzpunkten honoriert.

4. (20 %) Zeige, dass folgende Baumsprachen über dem  $r$ -Alphabet  $\Sigma = \{a/2, b/0, c/0\}$  nicht erkennbar sind. Verwende das Pumping-Lemma für a) und den Satz von Myhill-Nerode für b).

- a)  $\{T \mid \text{in } T \text{ kommen gleich viele } b\text{'s und } c\text{'s vor}\}$
- b)  $\{T = (P, t) \mid t(\varepsilon) = a \text{ und } T_1 = T_2\}$  ( $T_p =$  Teilbaum von  $T$  an Position  $p$ )

5. (10 %) Zeige, dass die Klasse der von DETDBAs erkannten Sprachen *nicht* unter Vereinigung abgeschlossen ist. Hinweis: Betrachte Sprachen von Bäumen, in denen nicht alle Blätter mit demselben Symbol markiert sind.

Bitte wenden.

- 6. Zusatzaufgabe (20%)** Eine aussagenlogische Formel  $\varphi$  mit den Aussagenvariablen  $x_1, \dots, x_n$  heißt *erfüllbar*, wenn es eine Belegung von  $x_1, \dots, x_n$  mit Werten aus  $\{0, 1\}$  gibt, unter der  $\varphi$  zu „wahr“ ausgewertet. Jeder solchen Formel  $\varphi$  entspricht auf natürliche Weise ein Baum  $T_\varphi$  über dem Alphabet  $\Sigma^{(n)} = \{\text{and}/2, \text{or}/2, \text{neg}/1, x_1/0, \dots, x_n/0\}$ .
- Sei  $n$  fest gegeben, aber beliebig. Konstruiere einen NEBA  $\mathcal{A}_n$ , der die Menge aller erfüllbaren Booleschen Formeln mit den Aussagevariablen  $x_1, \dots, x_n$  erkennt. Erkläre die Funktionsweise Deines Automaten in Worten und beweise, dass er korrekt ist.