

# Logik

WiSe 2018/19

Prof. Dr. Thomas Schneider

AG Theorie der künstlichen Intelligenz

Cartesium, Raum 1.56

[ts@informatik.uni-bremen.de](mailto:ts@informatik.uni-bremen.de)

Homepage der Vorlesung:

<http://tinyurl.com/ws1819-logik>

# Organisatorisches

## Zeit und Ort:

Mo 10–12 MZH 5210

Di 8–10 MZH 1090

## Vortragender:

Thomas Schneider

Cartesium Raum 1.56

Tel. (218)-64432

[ts\[at\]informatik.uni-bremen.de](mailto:ts[at]informatik.uni-bremen.de)

## Position im Curriculum:

Wahlbereich Bachelor-Basis

Modulbereich Theorie

Master-Profil SQ und KIKR

# Organisatorisches

## Voraussetzungen:

Grundkenntnisse aus den Vorlesungen

- „Mathematische Grundlagen 1“ und
- „Theoretische Informatik 1+2“  
(v. a. Berechenbarkeit und Komplexität; Skript in Stud.IP)

## Form:

K4

3 Termine Vorlesung, 1 Termin Übung (mehr dazu gleich)

Diskussion in Vorlesung **jederzeit erwünscht!**

## Vorlesungsmaterial:

- Folien und Aufgabenblätter auf Homepage:  
<http://tinyurl.com/ws1819-logik>
- Beispiele, Beweise etc. an der Tafel (**mitschreiben!**)  
(sind auch als PDF auf Homepage)
- Fragebögen zur Aktivierung (geplant, ab nächster Sitzung)

## Große Teile nachzulesen in:

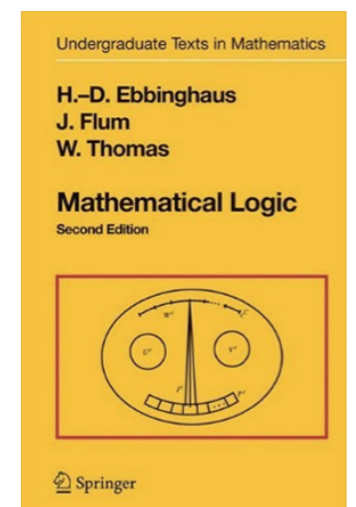
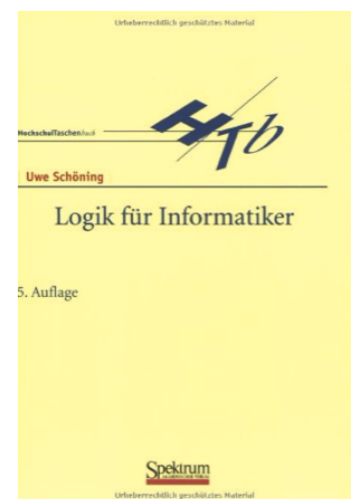
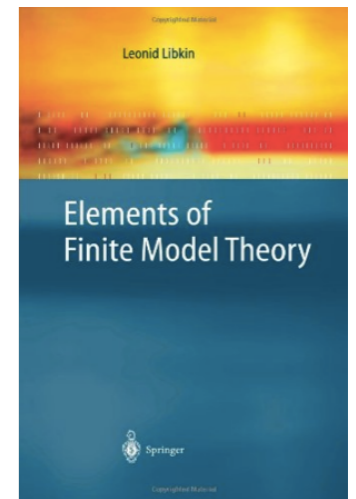
- Erich Grädel. Mathematische Logik I. Vorlesungsskript, RWTH Aachen, <http://tinyurl.com/ss16-logik-graedel>

## Logik zweiter Stufe:

- Leonid Libkin. Elements of Finite Model Theory. Springer Verlag, 2004

## Weitere Referenzen:

- Uwe Schöning. Logik für Informatiker. Spektrum akademischer Verlag, 2000 (5. Auflage).
- Christel Baier. Advanced Logics. VL-Skript, TU Dresden.
- Heinz-Dieter Ebbinghaus, Jörg Flum, Wolfgang Thomas. Mathematical Logic. Springer Verlag, 1994 (2. Auflage).



## Übungsaufgaben & Fachgespräch:

- Übungsaufgaben ca. jede zweite Woche; voraussichtlich 6 Blätter, mit Zusatzaufgaben
- Werden in Gruppen (2–3 Personen) bearbeitet, abgegeben und korrigiert – jede\_r muss mindestens einmal vorrechnen
- Aus der erreichten **Gesamtpunktzahl** aller Blätter ergibt sich die vorläufige Note für diesen Kurs
- Fachgespräche am Ende des Semesters (Prüfungsleistung, Änderung der Note möglich)  
Voraussetzung: **insgesamt 50%** der Punkte in Übungsaufgaben

oder

## Mündliche Prüfung

**Wiederholungsregelungen** auf der nächsten Folie ...

# Prüfungen

## Wiederholungsregelungen

- Fachgespräch nicht bestanden?  
1 Wiederholungsversuch im selben Semester möglich
- Weitere Wiederholungsversuche (wenn nötig):
  - mündliche Prüfung in den folgenden 4 Semestern  
(je 1 Versuch pro Semester)
  - ggf. im WiSe 2019/20 erneute Teilnahme am Übungsbetrieb  
(wenn der/die Dozent\_in das anbietet)

## Wenn dies bereits Deine Wiederholung ist ...

- Erneute Teilnahme am Übungsbetrieb ist möglich,  
mit Prüfungsform Übungsaufgaben+Fachgespräch  
(und ggf. 1 Wiederholungsversuch im selben Semester)
- Übungspunkte aus früheren Semestern werden **nicht** anerkannt
- Bei Nutzung früherer eigener Lösungen: Quellenangabe erforderlich

# Termine

Terminübersicht Übungen (geplant):

Blatt	Erscheinen (geplant)	Abgabe	Besprechung, Übungstermin
1	Di. 16. 10.	<b>Do. 25. 10.</b>	Di. 30. 10.
2	Do. 25. 10.	Do. 8. 11.	Di. 13. 11.
3	Do. 8. 11.	Do. 22. 11.	Di. 27. 11.
4	Do. 22. 11.	Do. 6. 12.	Di. 11. 12.
5	Mo. 10. 12.	Do. 10. 1.	<b>Mo. 14. 1.</b>
6	Do. 10. 1.	Do. 24. 1.	<b>Mo. 28. 1.</b>

- Blätter erscheinen auf Homepage der Vorlesung
- Abgabe per PDF, Upload in Stud.IP (separater Ordner, bis 23:59 Uhr)

**Vorlesung:** Ausfall am 29.10.



# Logik





# Ursprünge der Logik

Traditionell ist die Logik ein Teilgebiet der Philosophie und Mathematik:

## Philosophie:

Lehre des vernünftigen Schlussfolgerns,  
geht zurück auf Aristoteles ( $\approx 300$  a. D.)

Klassisches Beispiel: **Syllogismen**

Alle Menschen sind sterblich  
Sokrates ist ein Mensch

---

Sokrates ist sterblich

Jedes  $P$  ist auch ein  $Q$   
 $x$  ist ein  $P$

---

$x$  ist ein  $Q$

Seit dem 20. Jh. ein elaboriertes und vielfältiges Teilgebiet der Philosophie

Ziel: Abstrakte und formale Behandlung philosophischer Fragestellungen

# Ursprünge der Logik

Traditionell ist die Logik ein Teilgebiet der Philosophie und Mathematik:

## Mathematik:

Logik spielt zentrale Rolle für die Grundlagen der Mathematik

Klassisches Beispiel: die **Peano-Axiome** für die natürlichen Zahlen  
(formuliert in der Logik zweiter Stufe)

- $0 \in \mathbb{N}$
- $\forall n \in \mathbb{N} : \exists n' \in \mathbb{N} : n' = \text{nf}(n)$
- $\forall n \in \mathbb{N} : \text{nf}(n) \neq 0$
- $\forall n \forall m \in \mathbb{N} : (\text{nf}(n) = \text{nf}(m) \rightarrow n = m)$
- $\forall X : (0 \in X \wedge \forall n : (n \in X \rightarrow \text{nf}(n) \in X)) \rightarrow \mathbb{N} \subseteq X$

Aus diesen Grundannahmen lassen sich alle Eigenschaften der natürlichen Zahlen herleiten.

# Logik in der Informatik

Logik ist eine der wichtigsten mathematischen Grundlagen der Informatik

Von essentieller Bedeutung z. B. für:

- Datenbanken und semistrukturierte Daten (XML)
- Verifikation von Hard- und Software
- Programmiersprachen
- Komplexitätstheorie
- Wissensrepräsentation / Künstliche Intelligenz
- Automatisches Theorembeweisen
- etc.

Logische Methoden haben die Entwicklung der Informatik entscheidend mitbestimmt.

Umgekehrt ist heute die Informatik eine der größten Triebkräfte hinter der Weiterentwicklung der Logik.

# Fallbeispiel 1: Datenbanken

**SQL-Anfragebeantwortung** kann als Logikproblem verstanden werden

Im Folgenden: **FO** = Prädikatenlogik erster Stufe

- SQL-Anfragen sind im Wesentlichen **FO-Formeln**
- SQL-Datenbankinstanzen sind **FO-Strukturen**
- SQL-Anfragebeantwortung entspricht **Modellprüfung** in FO

Slogan: **SQL ist Logik**

Diese Sichtweise hat die Entwicklung und den Erfolg von relationalen Datenbanken entscheidend mitgeprägt.

(Ted Codd, System R am IBM Almaden Research Center 1960'er–70'er)



# Fallbeispiel 2: Verifikation

**Verifikation:** nachweisen, dass ein Chip / Programm eine gewünschte Spezifikation erfüllt (z. B. keine Division durch 0, keine Deadlocks)

Verifikation basiert in der Regel auf Logik:

- Chip / Programm kann als (endliche oder unendliche) **logische Struktur** modelliert werden
- Spezifikation kann als logische **Formel** modelliert werden, z. B. in einer Temporallogik wie LTL oder CTL
- Verifikation entspricht dann wieder **Modellprüfung**

Verifikation ist heutzutage ein zentrales Thema im Chipdesign und wird auch für Software zunehmend wichtiger.

Logik hat dieses wichtige Teilgebiet der Informatik entscheidend geprägt

# Fallbeispiel 3: Komplexitätstheorie

**Bekanntestes offenes Problem der theoretischen Informatik:**

Ist  $P \neq NP$  ?

**Klassische Definition NP:**

Menge der Probleme, die von einer nichtdeterministischen Turingmaschine in Polynomialzeit gelöst werden können.




**Alternative, aber äquivalente Definition:**

Menge der Probleme, die mittels einer **Formel** der existentiellen Logik zweiter Stufe **definiert** werden können.

Dies erlaubt das Studium von P und NP **mit logischen Methoden**,  
komplett **ohne Turingmaschinen oder andere Berechnungsmodelle**

(Deskriptive Komplexitätstheorie)

# Ziele der Vorlesung

-  **Einführung der grundlegenden logischen Formalismen**  
insbesondere Aussagenlogik und Prädikatenlogik 1. und 2. Stufe
-  **Formulierung und Beweis der zentralen Resultate der Logik**  
insbesondere zu Schlussfolgerungsproblemen, Ausdruckstärke und anderen Informatik-relevanten Themen
-  **Herstellung von Querbezügen zu anderen Teilgebieten der Informatik**  
insbesondere zu Datenbanken, Verifikation und Komplexitätstheorie

# Übersicht der gesamten Vorlesung

Einführung

**NEXT**



Teil 1: Aussagenlogik

Teil 2: Prädikatenlogik Grundlagen

Teil 3: Mehr zur Prädikatenlogik erster Stufe

Teil 4: Prädikatenlogik zweiter Stufe