

Logik

WiSe 2018/19

Thomas Schneider

Nichtklassische Logiken – ein Überblick

Homepage der Vorlesung: <http://tinyurl.com/ws1819-logik>



Nichtklassische Logiken

Die in dieser Vorlesung betrachteten Logiken (Aussagen-, Prädikatenlogik) bezeichnet man oft als **klassische Logiken**.

Es gibt aber noch viele weitere Logiken: **nichtklassische Logiken**

Ursprünge: teils Philosophie/Mathematik, teils Informatik

Zwei Gruppen:

Erweiterungen klassischer Logiken

„Rivalen“ (alternative Ansätze)

Es folgt: ein Überblick über die Landschaft

Beispiele nichtklassischer Logiken

Erweiterungen klassischer Logiken

- Modallogik
 - Temporallogik
 - epistemische Logik
 - dynamische Logik
- Beschreibungslogik

„Rivalen“

- intuitionistische Logik
- mehrwertige Logik
- Fuzzy-Logik
- nicht-monotone Logiken
- probabilistische Logiken
- ...

Kombinationen sind auch möglich

z. B. temporale/probabilistische Beschreibungslogik, modale Prädikatenlogik

Modallogik

Modallogik: Überblick

ist eine Erweiterung der Aussagenlogik um modale Operatoren \diamond und \square

Ursprünge in Philosophie;

heutzutage viele Varianten mit Anwendungen in der Informatik:

Variante	Anwendung	Bedeutung der modalen Operatoren
Temporallogik	zeitliches Schließen	\square „immer in der Zukunft“ \diamond „irgendwann in der Zukunft“
Epistemische L.	Multiagentensysteme	\square „Agent weiß/glaubt ...“ \diamond „Agent hält ... für möglich“
Dynamische L.	Schließen über Programmverhalten	\square „Nach jeder Ausführung ...“ \diamond „Es gibt eine Ausführung, so dass ...“

...

Modallogik: Beispielformeln

Beispielformeln

$$\bigwedge_{i \in \{1,2\}} \Box(W_i \rightarrow \Diamond A_i)$$

„Jede Anforderung (W_i) wird irgendwann mal erfüllt (A_i)“

$$\Diamond_i \varphi \rightarrow \bigwedge_j \Box_j \Diamond_i \varphi$$

„Wenn die i -te Agentin φ für möglich hält, dann wissen das alle Agentinnen, dass die i -te Agentin φ für möglich hält.“

$$\Box_{p+q} \varphi \rightarrow \Box_p \varphi \wedge \Box_q \varphi$$

„Wenn nach jeder nichtdeterministischen Ausführung von Programm p oder q Eigenschaft φ gilt, dann auch nach jeder deterministischen Ausführung von p bzw. q .“

oft noch weitere Operatoren,

z. B. „Until“ in Temporallogik, „Common knowledge“ in epistemischer Logik

Semantik

basiert auf **Kripke-Strukturen**, einer speziellen Sorte FO-Strukturen:

- Elemente des Universums heißen **Welten**
- Aussagenvariablen werden wie **unäre Relationssymbole** interpretiert
- für \diamond und \square gibt es eine (oder mehrere) **binäre Relationen**
- es gibt **keine Funktionssymbole**

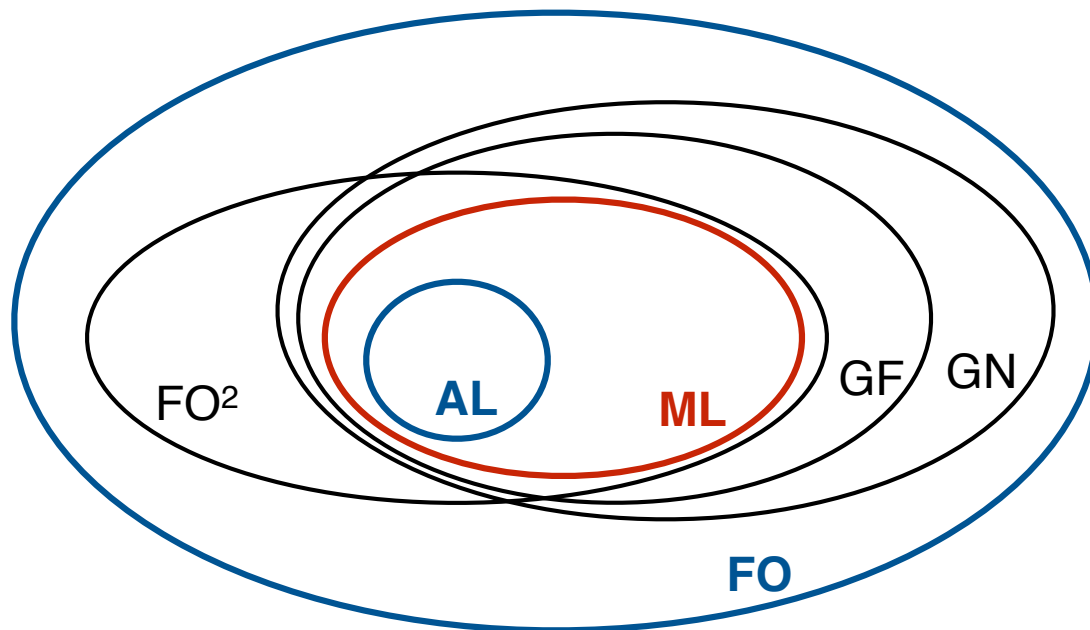
Wegen des engen Zusammenhangs zwischen Kripke- und FO-Semantik kann Modallogik als ein **Fragment von FO** betrachtet werden.

Standard Translation:

Modallogik-Formel $\varphi \rightsquigarrow$ FO-Formel $\hat{\varphi}(x)$

(analog zur Übersetzung von LTL nach F1S)

Einbettung in klassische Logiken



FO² = FO mit nur 2 Variablen x, y

GF, GN:

„guarded fragment“,
„guarded negation“;

schränken Verwendung
von \exists bzw. \neg ein

Modallogik „erbt gutes Verhalten“ von FO² und GF:
Entscheidbarkeit, Baummodelleigenschaft usw.

Erfüllbarkeit etc. in „Standard“-Modallogik sind PSpace-vollständig;
Auswertung geht in Polyzeit.

Beschreibungslogik

Beschreibungslogik

... bezeichnet eine wichtige Familie von Formalismen für
Wissensrepräsentation

... ist eigentlich Modallogik mit alternativer Syntax

Aber Wissen kann man doch auch mit FO repräsentieren?

Stimmt, aber das ist **nicht immer einfach** (für Menschen wie Computer):

Wie lange braucht ihr zum Lesen der Formel

$$\forall x \exists y \forall z \left(R(x, y) \wedge S(y, z) \rightarrow \neg S(c, y) \vee R(x, z) \right) ?$$

Oder zum Überprüfen, ob sie äquivalent ist zu

$$\forall x \exists y \forall z \left(R(x, z) \wedge \neg R(x, y) \vee \neg S(y, z) \vee \neg S(c, y) \right) ?$$

Beschreibungslogik

... erlaubt es, **terminologisches** oder **konzeptuelles Wissen** intuitiv zu repräsentieren und daraus Schlüsse zu ziehen

- **Terminologisches Wissen** (Begriffe und deren Beziehungen) aus einem Anwendungsgebiet wird formalisiert und in einer **TBox** gespeichert
 - z. B. „Koalas sind Beuteltiere, die Eukalyptus essen“
„Beuteltiere sind keine Vögel“
- Durch **logisches Schließen** wird implizites Wissen sichtbar gemacht
 - z. B. „Ist jedes Beuteltier ein Säugetier?“
„Kann es Eukalyptus essende Vögel geben?“
„Sind Koalas Vögel?“
- Fakten über Individuen/Objekte werden in einer **ABox** gespeichert
- **Logisches Schließen** über **Konzepte und Individuen**:
 - z. B. „Sind meine Fakten konsistent mit der Terminologie?“
„Ist Sid ein Faultier?“

Beschreibungslogik

Zentrale Elemente der Wissensrepräsentation mit BL:

- Konzepte

beschreiben **Klasse von Objekten**

z. B. Student_in, Vorlesung, Universität, Fachbereich, ...

können durch logische Ausdrücke (Formeln) beschrieben werden:

z. B. Mensch $\sqcap \exists$ hört.Vorlesung

- Rollen

sind **binäre Relationen** zwischen Objekten

z. B. hört, lehrt, istTeilVon, ...

- TBoxen

definieren Konzepte und setzen diese **zueinander in Beziehung**

z. B. Student_in \equiv Mensch $\sqcap \exists$ hört.Vorlesung

- ABoxen

beschreiben Individuen/Objekte und deren **Eigenschaften**

z. B. Student_in(anna) hört(anna, logikvorlesung)

Ontologien

Ein sehr populärer Ansatz zur Wissensrepräsentation ist die Verwendung von **Ontologien**.

Ontologien dienen der Repräsentation von konzeptuellem Wissen, sehr ähnlich den TBoxen der Beschreibungslogik.

Im Prinzip kann eine Ontologie in beliebiger (meist logischer) Sprache verfasst werden.

Besonders populär ist aber **OWL: the Web Ontology Language**

- Standardisiert vom W3C (World Wide Web Consortium)
- Zugeschritten aufs Web: XML-Syntax etc.
- Im Wesentlichen eine (sehr ausdrucksstarke) Beschreibungslogik



Beispiele für Ontologien

- Medizin
 - z. B. [SNOMED CT](#),
international genutzte medizinische Terminologie
mit über 320.000 Konzepten
- Biologie
 - z. B. die über 600 biomedizinischen Ontologien in [BioPortal](#)
- Semantisches Web
 - usw.

Zusammengefasst ...

Beschreibungslogiken sind eine **Familie** von Logiken

- zur Repräsentation konzeptuellen Wissens
- mit entscheidbaren Schlussfolgerungsproblemen
- für die viele effiziente Reasoner zur Verfügung stehen

Neugierig geworden?

☛ siehe **Master-Kurs „Beschreibungslogik“** im Sommersemester

Mo 10–12, Mi 16–18, jeweils MZH 6210



„Rivalen“ klassischer Logiken

Intuitionistische Logik

... ist syntaktisch Aussagenlogik

... kommt aus Mathematik;

Grundidee: ein Satz soll erst wahr sein,
wenn ein Beweis dafür formuliert (**konstruiert**) ist. (Konstruktivismus)

... basiert deshalb **nicht** auf dem **Prinzip des ausgeschlossenen Dritten:**

$p \vee \neg p$ ist **nicht** beweisbar bzw. gültig

→ verwendet Variante des Hilbert-Kalküls mit schwächeren Axiomen
und kompliziertere Semantik (z. B. Kripke-Strukturen!)

Weitere Unterschiede zu Aussagenlogik:

- klassische Äquivalenzen wie De-Morgan oder $\varphi \rightarrow \psi \equiv \neg\varphi \vee \psi$
sind nicht mehr beweisbar bzw. gültig
- Beweis für Disjunktion $\varphi \vee \psi$ liefert immer Beweis für φ oder für ψ

Anwendung in Informatik:

Interaktive Theorembeweiser verwenden zur Beweiskonstruktion IL

Mehrwertige Logiken

Motivation

Repräsentation von Vagheit, unvollständiger Information
(menschliche Wahrnehmung, Sensordaten usw.)

→ neben „wahr“ und „falsch“ weitere Wahrheitswerte

→ auch hier Trennung vom Prinzip des ausgeschlossenen Dritten

Ursprünge: Philosophie; Anwendung in Informatik, z. B. Fuzzy-Logik

Beispiel für 3-wertige Logik:

(Lukasiewicz 1920, Kleene/Bochvar 1938)

φ	$\neg\varphi$	\wedge	f	u	w	...	f = falsch
f	w	f	f	f	f		u = unbestimmt
u	u	u	f	u	u		w = wahr
w	f	w	f	u	w		

Nichtmonotone Logiken

In **klassischer Logik** ist Konsequenzrelation **monoton**, d. h.
neue hinzukommende Prämissen bewahren bisherige Folgerungen:

$$\text{Wenn } \Gamma \models \psi, \text{ dann } \Gamma \cup \{\varphi\} \models \psi$$

Das ist nicht immer brauchbar...

$$\begin{aligned} \text{z. B. } \Gamma = \{ & \forall x \text{ Vogel}(x) \rightarrow \text{Fliegt}(x), \\ & \forall x \text{ Pinguin}(x) \rightarrow \neg \text{Fliegt}(x), \\ & \text{Vogel}(\text{tweety}) \} \quad \models \text{Fliegt}(\text{tweety}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{und } \Gamma \cup \{ \text{Pinguin}(\text{tweety}) \} & \models \text{Fliegt}(\text{tweety}) \\ & (\text{und } \models \neg \text{Fliegt}(\text{tweety})) \end{aligned}$$

Nichtmonotone Logiken beheben dieses Problem:

Default-Logik („Vögel fliegen **typischerweise**“)

Schließen per Abduktion (Konsequenzen = wahrscheinlichste Erklärungen)

Belief Revision (bisherige Annahmen können geändert werden)

Preis dafür: komplexere Semantik, komplexere Schlussfolgerungsprobleme

Was gibt es noch?

Was gibt es noch?

Kombinationen von Logiken

- modale Prädikatenlogik
- Kombinationen verschiedener Modallogiken („mehrdimensionale Modallogiken“)
- temporale oder probabilistische oder nicht-monotone oder mehrwertige Beschreibungslogik
- Kombinationen von Logiken mit ähnlichen Formalismen

Hier nicht eingeordnet

- Logic programming
- Datalog

Trotz ihrer verschiedenen Ursprünge haben alle hier vorgestellten Logiken Anwendungen in der Informatik

Viele Logiken fallen unter den allgemeineren Begriff
Commonsense Reasoning (KI-relevante Formalismen)

Literaturhinweise (kleine Auswahl!)

- Anita Wasilewska. *Logics for Computer Science: Classical and Non-Classical*. Springer 2018 <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-92591-2>
- Ernest Davis. *Logical Formalizations of Commonsense Reasoning: A Survey*. *J. Artif. Intell. Res.* 59: 651–723 (2017)
<https://doi.org/10.1613/jair.5339>
- Patrick Blackburn, Johan van Benthem, Frank Wolter. *Handbook of Modal Logic*. Elsevier 2007.
<https://www.sciencedirect.com/science/bookseries/15702464/3>
- Franz Baader, Ian Horrocks, Carsten Lutz, Ulrike Sattler. *An Introduction to Description Logic*. Cambridge University Press 2017
<https://doi.org/10.1017/9781139025355>
- Grzegorz Malinowski. *Many-valued logic and its philosophy*. In Dov M. Gabbay, John Woods (Hrsg.): *Handbook of the History of Logic*, Band 8, Elsevier 2007. [http://dx.doi.org/10.1016/s1874-5857\(07\)80004-5](http://dx.doi.org/10.1016/s1874-5857(07)80004-5)

Fast fertig für dieses Semester ...

Thank you!

¡Gracias!

Merci !

Dank u allen!

Dziękuję!

Vielen Dank für
Eure Aufmerksamkeit.

Kiitos!

Baie dankie!

Vā mulțumim!

Obrigado!

Спасибо!

Ευχαριστώ!