

## Logik

### Übungsblatt 2

Abgabe bis **Do., 8. 11., 23:59 Uhr** in Stud.IP, Ordner „Abgabe Übungsblatt 2“, als PDF.  
Bitte nur eine Datei pro Gruppe, Lizenz „Selbst verfasstes, nicht publiziertes Werk“.

---

1. (25 %) Wende den Polyzeit-Algorithmus aus der Vorlesung an, um die Erfüllbarkeit folgender Horn-Formeln zu entscheiden. Im Fall von Erfüllbarkeit gib ein minimales Modell für die Formel an.

a)  $(x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge \neg x_1 \wedge x_2 \wedge (\neg x_2 \vee x_4) \wedge (x_3 \vee \neg x_4)$

b)  $x_1 \wedge (x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_4 \vee \neg x_5) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_5) \wedge (x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5) \wedge x_5$

2. (30 %) Beweise die folgenden Aussagen:

a)  $\varphi$  ist gültig genau dann, wenn  $\neg\varphi$  unerfüllbar ist.

b)  $\varphi$  ist gültig genau dann, wenn  $1 \models \varphi$ .

c) Wenn  $\varphi \models \psi$  und  $\neg\varphi \models \psi$ , dann ist  $\psi$  gültig.

d) Eine KNF-Formel ist genau dann gültig, wenn jedes Konjunkt zwei Literale der Form  $x$ ,  $\neg x$  enthält.

*Hinweis:* Verwende die Definition der Begriffe Gültigkeit, Erfüllbarkeit,  $\models$  usw.

3. (25 %)

a) Berechne  $\text{Res}^*(M)$  für die Klauselmengemenge  $M$ , die der folgenden Formel entspricht:

$$x_1 \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_4)$$

Ist die Formel erfüllbar?

b) Gib einen Resolutionsbeweis für die Unerfüllbarkeit der folgenden Formel an:

$$x_1 \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4) \wedge (x_3 \vee \neg x_5) \wedge x_4 \wedge x_5$$

c) Berechne  $\text{ERes}^*(M)$  für die Klauselmengemenge  $M$ , die der folgenden Horn-Formel entspricht:

$$x_1 \wedge (x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_1 \wedge x_3 \rightarrow x_4) \wedge (x_1 \wedge x_2 \wedge x_4 \rightarrow 0) \wedge x_3$$

Ist die Formel erfüllbar?

4. (20 %) Zeige, dass Einheitsresolution nicht vollständig ist, wenn man sie auf *beliebige* Klauselmengen anwendet.

5. **Zusatzaufgabe** (20 %) Eine *Dual-Horn-Formel* ist eine KNF-Formel  $\varphi = \bigwedge_i \bigvee_j \ell_{i,j}$ , so dass jede Disjunktion  $\bigvee_j \ell_{i,j}$  höchstens ein *negatives* Literal enthält.

a) Zeige: Erfüllbarkeit für Dual-Horn-Formeln ist in Polynomialzeit lösbar.

b) Ist für Dual-Horn-Formeln auch Gültigkeit in Polynomialzeit lösbar? Begründe kurz.

Bitte wenden.

**Tool-Empfehlung:** Um Euch auf die Aufgaben auf diesem Blatt vorzubereiten, könnt Ihr die „Quizfragen – Aussagenlogik“ im Dortmunder Logik-Tool

<http://gaga.cs.tu-dortmund.de:8080/LogicWeb-Tutorials/#>

lösen. Wenn in den Fragen Notation vorkommt, die von unserer abweicht, dann könnt Ihr in den Punkten „Tutorial – Äquivalenzen und Normalformen“ bzw. „Tutorial – Erfüllbarkeit in der Aussagenlogik“ nachlesen.

Auch diese Empfehlung ist wieder ohne Gewähr. Das Team freut sich außerdem über konstruktives Feedback und Verbesserungsvorschläge, z. B. per E-Mail an mich und/oder [thomas.zeume@tu-dortmund.de](mailto:thomas.zeume@tu-dortmund.de).