

Algorithmen auf Graphen (WS 2005/2006)

3. Übungsblatt

Es geht um Bäume.

Sei $B = (V, E)$ ein nichtleerer Baum, d.h. ein ungerichteter Graph, der außerdem zusammenhängend und kreisfrei ist und zudem mindestens einen Knoten hat. Sei nl die Zahl der Knoten mit Grad 1 (die Blätter also), max das Maximum von 1 und dem maximalen Grad minus 1, $diam$ die Länge eines längsten einfachen Weges und $radius$ die Zahl, die durch die Eigenschaft $2 \cdot radius \leq diam \leq 2 \cdot radius + 1$ bestimmt ist.

1. Zeige mit vollständiger Induktion über $radius$, dass dann gilt:

$$nl \leq 2 \cdot max^{radius}$$

Zeige als Induktionsanfang explizit den Fall $radius = 0$. Überlege im Induktionschluss, durch welche Konstruktion ein Baum mit $radius = k + 1$ zu einem Baum mit $radius = k$ wird.

2. Gib ein rekursives Verfahren an, das zu jedem ungeraden Durchmesser einen Baum konstruiert mit

$$nl = 2 \cdot max^{radius}$$

3. Gib ein rekursives Verfahren an, das zu jedem geraden Durchmesser ≥ 2 einen Baum konstruiert mit

$$nl = max^{radius-1} \cdot (max + 1)$$

Abgabe bitte bis zum 12. Januar 2005.