

## Algorithmen auf Graphen (WS 2005/2006)

### 3. Übungsblatt

Es geht um Bäume.

Sei  $B = (V, E)$  ein nichtleerer Baum, d.h. ein ungerichteter Graph, der außerdem zusammenhängend und kreisfrei ist und zudem mindestens einen Knoten hat. Sei  $no1$  die Zahl der Knoten mit Grad 1 (die Blätter also),  $max$  das Maximum von 1 und dem maximalen Grad minus 1,  $diam$  die Länge eines längsten einfachen Weges und  $radius$  die Zahl, die durch die Eigenschaft  $2 \cdot radius \leq diam \leq 2 \cdot radius + 1$  bestimmt ist.

1. Zeige mit vollständiger Induktion über  $radius$ , dass dann gilt:

$$no1 \leq 2 \cdot max^{radius}$$

Zeige als Induktionsanfang explizit den Fall  $radius = 0$ . Überlege im Induktionschluss, durch welche Konstruktion ein Baum mit  $radius = k + 1$  zu einem Baum mit  $radius = k$  wird.

2. Gib ein rekursives Verfahren an, das zu jedem ungeraden Durchmesser einen Baum konstruiert mit

$$no1 = 2 \cdot max^{radius}$$

3. Gib ein rekursives Verfahren an, das zu jedem geraden Durchmesser  $\geq 2$  einen Baum konstruiert mit

$$no1 = max^{radius-1} \cdot (max + 1)$$

Abgabe bitte bis zum 12. Januar 2005.