

Algorithmen auf Graphen (WS 2006/2007)

2. Übungsblatt

Es geht um Bäume.

Sei $B = (V, E)$ ein nichtleerer Baum, d.h. ein ungerichteter Graph, der außerdem zusammenhängend und kreisfrei ist und zudem mindestens einen Knoten hat. Sei nol die Zahl der Knoten mit Grad 1 (die Blätter also), max das Maximum von 1 und dem maximalen Grad minus 1, $diam$ die Länge eines längsten einfachen Weges und $radius$ die Zahl, die durch die Eigenschaft $2 \cdot radius \leq diam \leq 2 \cdot radius + 1$ bestimmt ist.

1. Zeige mit vollständiger Induktion über $radius$, dass dann gilt:

(a) $nol \leq 2 \cdot max^{radius}$ für $diam = 2 \cdot radius + 1$

(b) $nol \leq max^{radius-1} \cdot (max + 1)$ für $diam = 2 \cdot radius \geq 2$

Überlege im Induktionsschluss, durch welche Konstruktion ein Baum mit $radius = k+1$ zu einem Baum mit $radius = k$ wird.

2. Gib für $max = 2$ ein rekursives Verfahren an, das zu jedem ungeraden Durchmesser einen Baum konstruiert mit

$$nol = 2 \cdot max^{radius}$$

3. Gib für $max = 2$ ein rekursives Verfahren an, das zu jedem geraden Durchmesser ≥ 2 einen Baum konstruiert mit

$$nol = max^{radius-1} \cdot (max + 1)$$

Abgabe bitte bis zum 14. Dezember 2006.