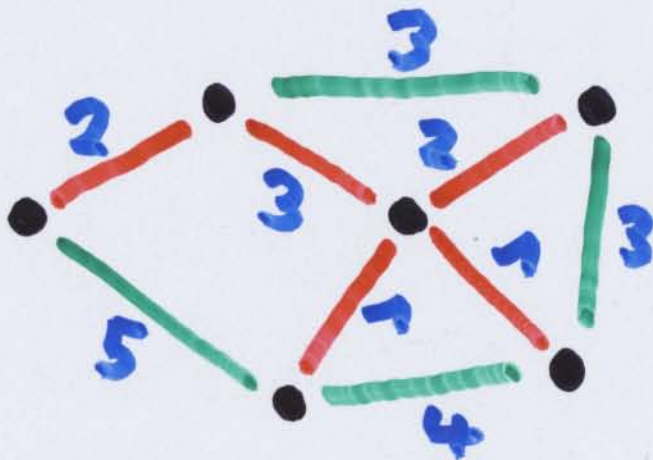


minimale aufspannende Bäume

gegebene Situation: Kommunikationsnetz,
d.h. ungerichteter Graph $G = (V, E \subseteq \binom{V}{2})$
sowie Kostenfunktion $\text{cost}: E \rightarrow \mathbb{N}$

Problem: Nachrichtenversand von jedem Knoten
zu allen anderen, so dass Kostensumme
der benutzten Kanten minimal

z. B.

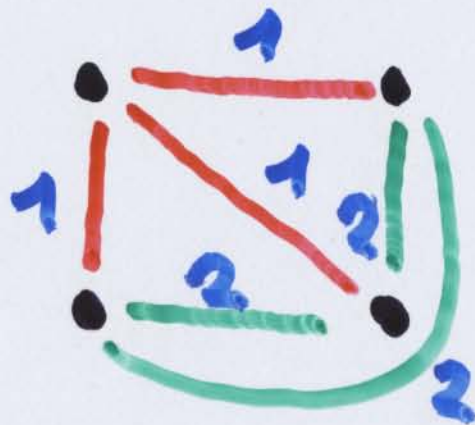


Voraussetzung: G zusammenhängend

gesucht: aufspannender Teilgraph $B = (V, E_B)$
mit $E_B \subseteq E$, der zusammenhängend und
kretisfrei, also Baum ist und minimal
unter den aufspannenden Bäumen $B' = (V, E_{B'})$

$$\text{cost}(B) = \text{cost}(E_B) = \sum_{e \in E_B} \text{cost}(e) \leq \text{cost}(B')$$

z.B.



min-Spanntree 2 (Kruskal 1956)

Eingabe: $G=(V, E)$ zusammenhängend,
 $\text{cost}: E \rightarrow \mathbb{N}$

Verfahren: (1) sortiere $E = \{e_1, \dots, e_m\}$,
so dass $\text{cost}(e_1) \leq \dots \leq \text{cost}(e_m)$

(2) $E_0 := \emptyset$;

für $i = 1, \dots, m$:

$$E_i = \begin{cases} E_{i-1} \cup \{e_i\}, & \text{falls } (V, E_{i-1} \cup \{e_i\}) \\ & \text{Kreisfrei} \\ E_{i-1} & \text{sonst} \end{cases}$$

Ausgabe: $B_m = (V, E_m)$

Termination: offensichtlich

Aufwand: $O(n^4)$

Korrektheit: aufspannend & kreisfrei

nach Konstruktion,

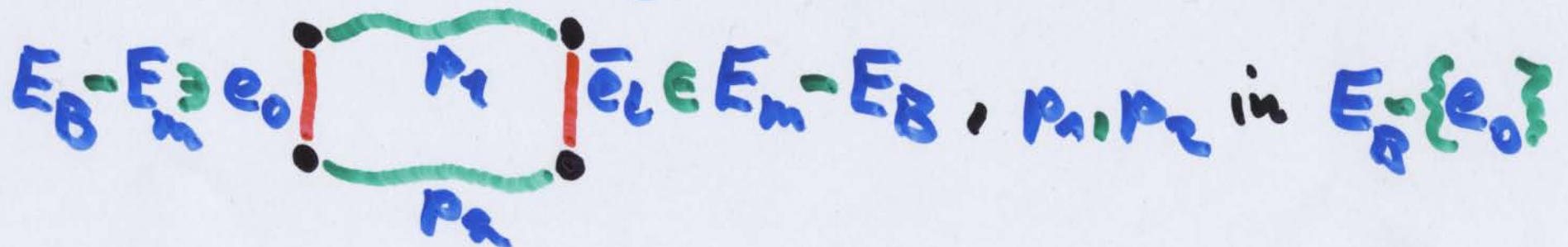
zusammenhängend gemäß Beweis,

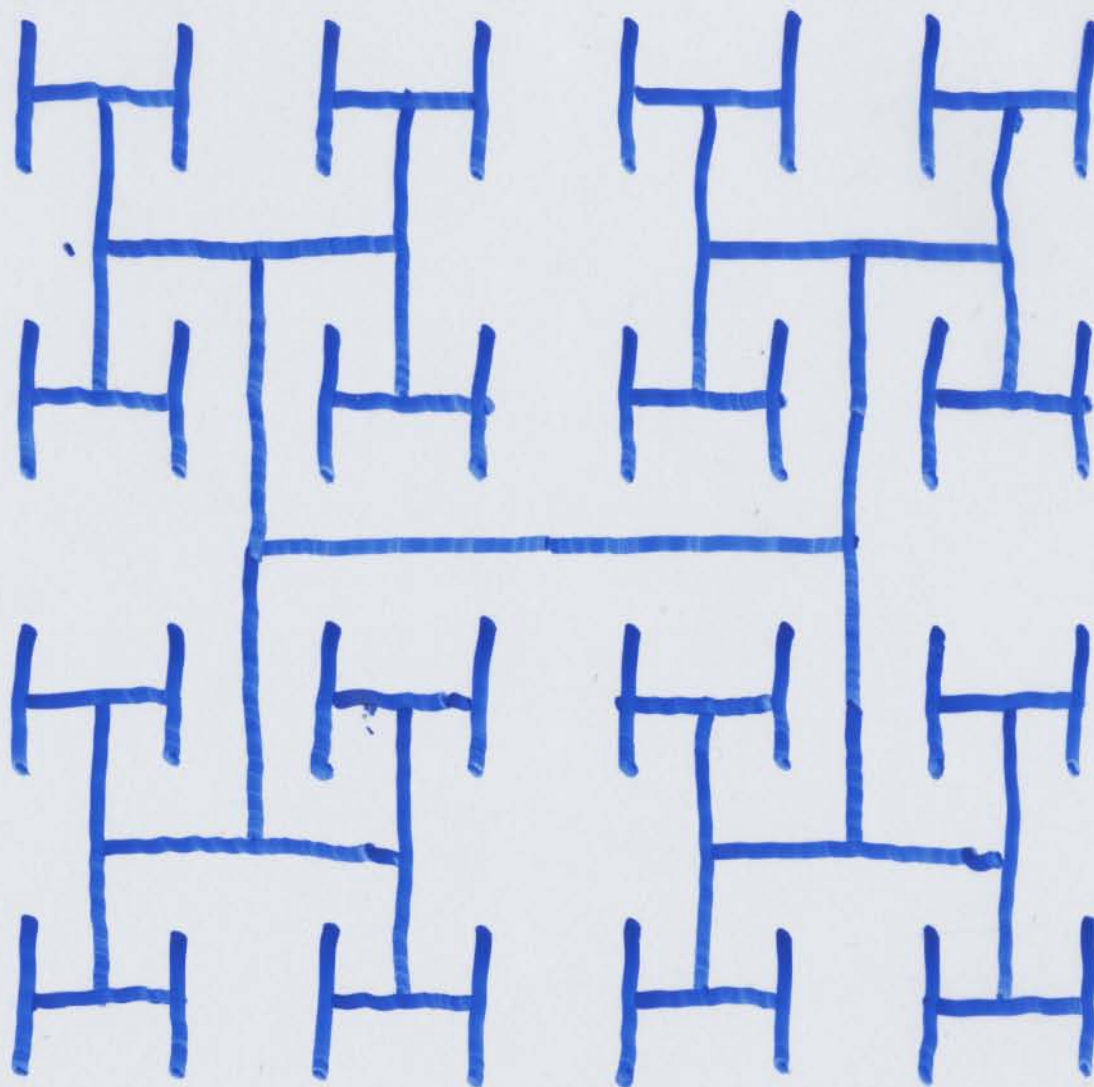
minimal gemäß Beweis:

1. Fall: $B_m \subseteq B$ impl. $\text{cost}(B_m) \leq \text{cost}(B)$

2. Fall: $B_m \not\subseteq B$, konstruiere $B' = (V, E')$

mit $E' = (E_B - \{e_0\}) \cup \{\bar{e}_L\}$, so dass





Bäume