Folie 1

maximale Flüsse

- Kapazitätsnetz $N=(\underset{(V,E,s,t)}{G}, \underset{\text{Quelle}}{A}, \underset{\text{Senke}}{B}, \underset{\text{Kapazität}}{cap: E \to \mathbb{N}})$
- Fluss $flow: E \to \mathbb{N}$ mit
  (i) $flow \leq cap$
  (ii) $inflow(v) = outflow(v)$ für $A \neq v \neq B$
- Durchsatz $val(flow) = outflow(A) - inflow(A)$

Ziel: Maximierung des Durchsatzes

Folie 2

- aufsteigender Pfad (bzgl. $flow$) von v nach v':
  $e_1 \cdots e_n \in E^*$, falls $v_0 \cdots v_n \in V^*$ u. $b_1 \cdots b_n \in \{0,1\}^*$
  ex. mit $v = v_0, v' = v_n$ und für $i = 1, \dots, n$
  $s(e_i) = v_{i-1}, t(e_i) = v_i$, $\underline{cap(e_i) - flow(e_i)} > 0$ falls $b_i = 1$
  $t(e_i) = v_{i-1}, s(e_i) = v_i$, $\underline{flow(e_i)} > 0$ falls $b_i = 0$
- induziert min als kleinste der ....-Zahlen
- und neuen Fluss $flow'$ mit

$$flow'(e) = \begin{cases} flow(e) + min & \text{falls } e = e_i \,\&\, b_i = 1 \\ flow(e) - min & \text{falls } e = e_i \,\&\, b_i = 0 \\ flow(e) & \text{sonst} \end{cases}$$

- sowie $val(flow') = val(flow) + min$

Folie 3

maxflow (Ford/Fulkerson 1956)

Eingabe: $N = (G, A, B, cap)$

Verfahren: wähle flow (z.B. Nullfluss);
verbessere Durchsatz mit Hilfe aufsteigender Pfade von A nach B, solange möglich

Termination: $maxflow \leq \sum_{s(e)=A} cap(e)$

Aufwand: polynomiell, wenn man immer einen kürzesten aufsteigenden Pfad nimmt

Folie 4

Korrektheit

Sei $flow^*$ ein Ergebnis des Algorithmus und $maxflow$ der maximale Durchsatz.

Dann gilt: $val(flow^*) = maxflow$

Beweis mit Hilfe von Schnitten