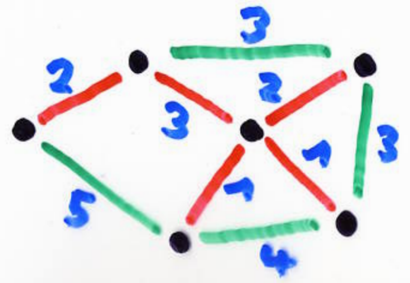
Folie 1

minimale aufspannende Bäume

gegebene Situation: Kommunikationsnetz, d.h. ungerichteter Graph $G=(V, E \subseteq \binom{V}{2})$ sowie Kostenfunktion $cost: E \to \mathbb{N}$

Problem: Nachrichtenversand von jedem Knoten zu allen anderen, so dass Kostensumme der benutzten Kanten minimal

z. B.



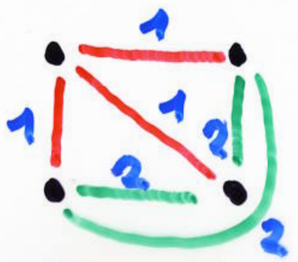
Folie 2

Voraussetzung: G zusammenhängend

gesucht: aufspannender Teilgraph $B=(V, E_B)$ mit $E_B \subseteq E$, der zusammenhängend und kreisfrei, also Baum ist und minimal unter den aufspannenden Bäumen $B'=(V, E_{B'})$

$$cost(B)=cost(E_B)=\sum_{e \in E_B} cost(e) \leq cost(B')$$

z.B.



Folie 3

min-spantree 2 (Kruskal 1956)

Eingabe: $G=(V,E)$ zusammenhängend,
$cost: E \to \mathbb{N}$

Verfahren: (1) sortiere $E=\{e_1,\dots,e_m\}$, so dass $cost(e_1) \leq \dots \leq cost(e_m)$

(2) $E_0 := \emptyset$;
für $i = 1,\dots,m$:

$$E_i = \begin{cases} E_{i-1} \cup \{e_i\}, & \text{falls } (V, E_{i-1} \cup \{e_i\}) \text{ kreisfrei} \\ E_{i-1} & \text{sonst} \end{cases}$$

Ausgabe: $B_m = (V, E_m)$

Folie 4

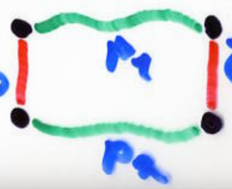
Termination: offensichtlich

Aufwand: $O(n^4)$

Korrektheit: aufspannend & kreisfrei nach Konstruktion,
zusammenhängend gemäß Beweis,
minimal gemäß Beweis:

1. Fall: $B_m \subseteq B$ impl. $cost(B_m) \leq cost(B)$

2. Fall: $B_m \not\subseteq B$, konstruiere $B'=(V,E')$ mit $E' = (E_B - \{e_0\}) \cup \{\bar{e}_l\}$, so dass

$E_B - E_m \ni e_0$ 

$\bar{e}_l \in E_m - E_B$, p_1, p_2 in $E_B - \{e_0\}$