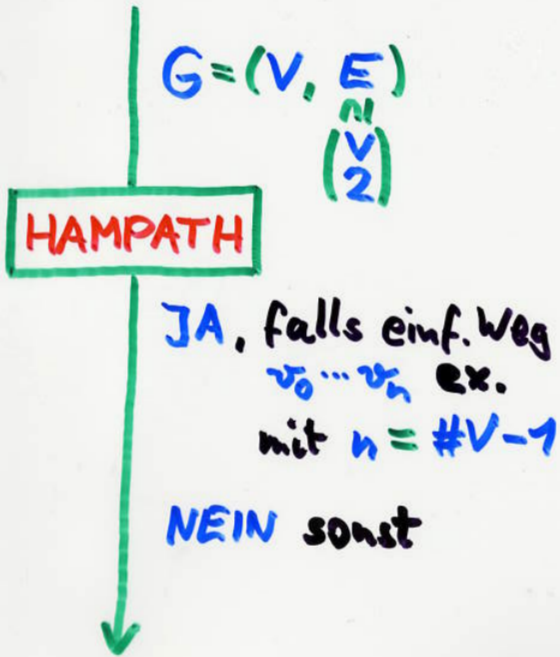


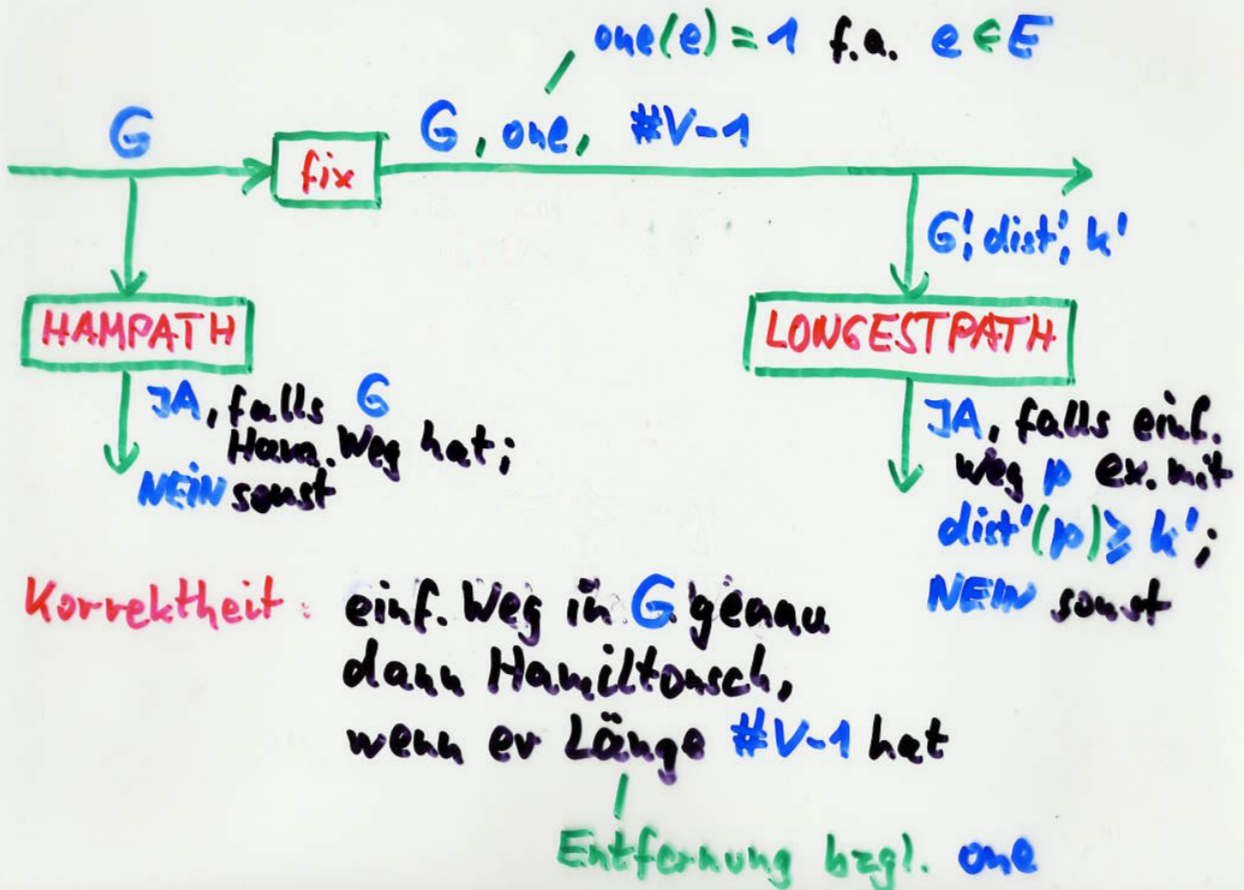
# Hamiltonsches-Wege-Problem



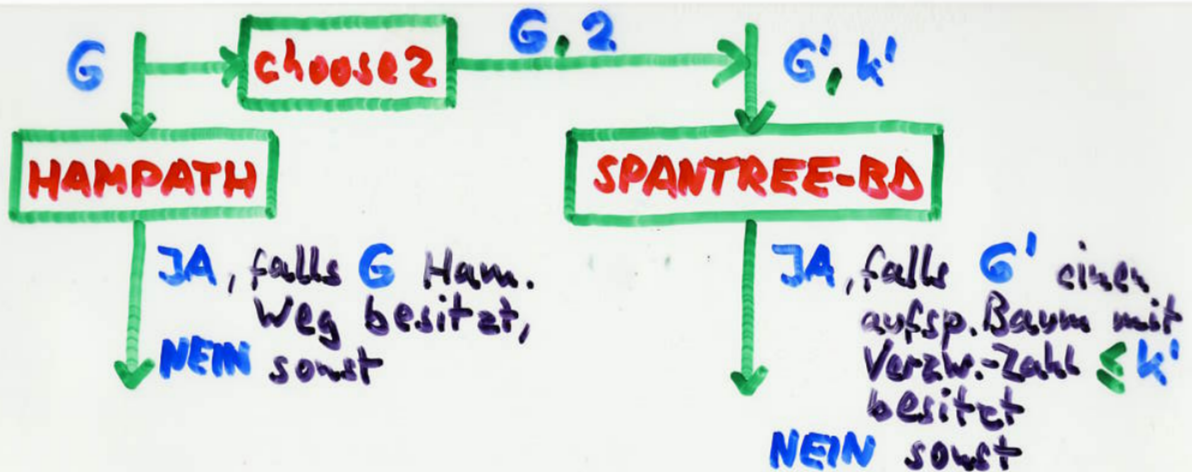
HAMPATH  $\in$  NP

denn:

- (1) wähle  $v_0$
- (2) wähle für  $i=0, 1, \dots$  solange möglich  $v_{i+1}$  mit  $\{v_i, v_{i+1}\} \in E$  &  $v_{i+1} \notin \{v_0, \dots, v_i\}$
- (3) JA, falls  $n = \#V - 1$  erreicht wird



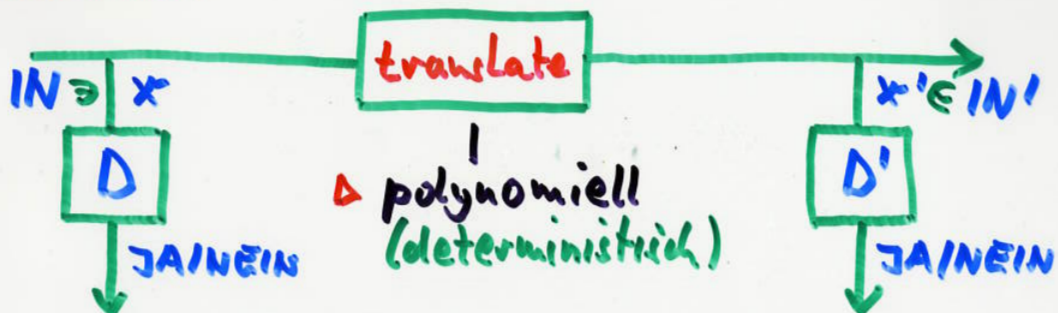




**Korrektheit:**  $G$  besitzt genau dann Ham. Weg, wenn  $G$  einen aufsp. Baum mit Verz.-Zahl  $\leq 2$  besitzt

d.h. **HAMPATH**  $\leq$  **SPANTREE-BD**  
(denn **choose 2** ist konstant)

## Reduktion



$\triangleright$  korrekt, d.h.  $D(x) = \text{JA}$  gdw  $D'(\text{translate}(x)) = \text{JA}$

kurz:  $D \leq D'$

- (1) spezifiziere **translate**
- (2) zeige Polynomialität
- (3) zeige Korrektheit

## Exkurs über Ordnungen

- ▷  $\leq \in X \times X$  partielle Ordnung, falls  
 $a \leq a$ ,  $a \leq b \leq c \implies a \leq c$ ,  $a \leq b \leq a \implies a = b$   
 (refl.) (transitiv) (antisymmetr.)
  - ▷ ohne Antisymmetrie: Vorordnung
  - ▷  $\leq$  auf NP Vorordnung
  - ▷  $a \equiv b$  falls  $a \leq b \leq a$  (Def.)
  - ▷  $\equiv$  ist Äquivalenzrelation
  - ▷  $\leq$  partielle Ordnung auf Äquivalenzklassen
- 1) Lies:  $a$  äquivalent  $b$

## Reduktion & $P = NP$

- ▷  $P = NP$  gdw  $D \in NP \implies D \in P$  f. a.  $D \in NP$
- ▷  $D \leq D'$  &  $D' \in P \implies D \in P$
- ▷ je größer desto besser
- ▷ am größten am besten
- ▷  $D_0 \in NP$  NP-vollständig, wenn  
 $D \leq D_0$  f. a.  $D \in NP$  (maximal in NP)
- ▷  $D_0 \in P$  & NP-vollständig impl.  $P = NP$



## Erfüllbarkeitsproblem

(für konjunktive Normalform mit 3-literaligen Klauseln)

$$f = c_1 \wedge \dots \wedge c_m \text{ mit}$$

$$c_i = l_{i1} \vee l_{i2} \vee l_{i3}$$

$$l_{ij} = x \text{ oder } l_{ij} = \bar{x}$$

für  $i = 1, \dots, m$  mit  
für ein  $x \in X$  &  
 $i = 1, \dots, m, j = 1, 2, 3$

**SAT3**

**JA**, falls  $a: X \rightarrow \{0, 1\}$  ex. mit

$$\text{eval}_a(f) = 1 \text{ d.h. } \text{eval}_a(c_i) = 1 \text{ für } i = 1, \dots, m$$

$$\text{d.h. } \text{eval}_a(l_{i1}) = 1 \text{ o. } \text{eval}_a(l_{i2}) = 1 \text{ o. } \text{eval}_a(l_{i3}) = 1$$

$$(\text{eval}_a(x) = 1 \text{ gdw. } a(x) = 1 \text{ gdw. } \text{eval}_a(\bar{x}) = 0)$$

**NEIN** sonst

## Exkurs: Aussagenlogik

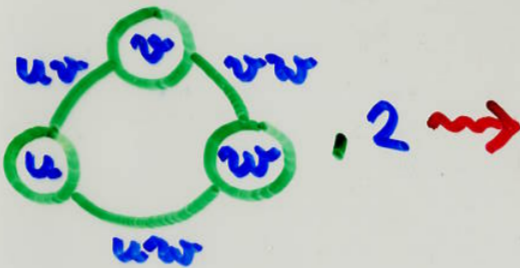
- ▷ Aussagen über Grundaussagen  $X$  sind
  - $x \in X$  und
  - $\neg f, f_1 \wedge f_2, f_1 \vee f_2, f_1 \rightarrow f_2, \dots$ , falls  $f, f_1, f_2$  Aussagen
- ▷  $f$  erfüllt, falls  $\text{ass}: X \rightarrow \{0, 1\}$  ex. mit  $\text{ass}(f) = 1$   
( $\text{ass}$  rekursiv def. über Aufbau von Aussagen; Wahrheitstabellen)
- ▷ es gibt  $2^{|X|}$  Belegungen von  $X$  (ad-hoc-Lösung)
- ▷ Erfüllbarkeitsproblem  $\text{SAT}_0 \in \text{NP}$  (Raten)
- ▷  $\text{SAT}_0 \leq \text{SAT} \leq \text{SAT}_3$  — konj. NF mit 3 Literalen je Klausel  
     |  
     konjunktive NF

VERTEXCOVER  $\leq$  HAM

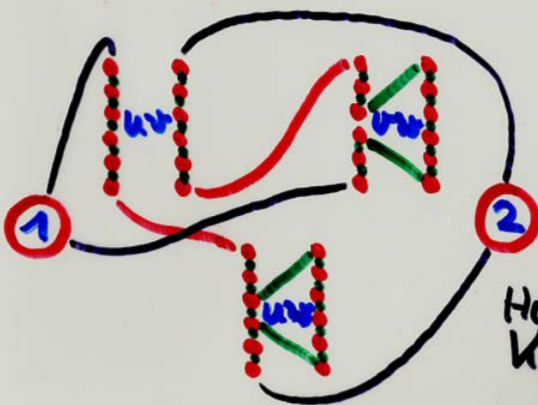
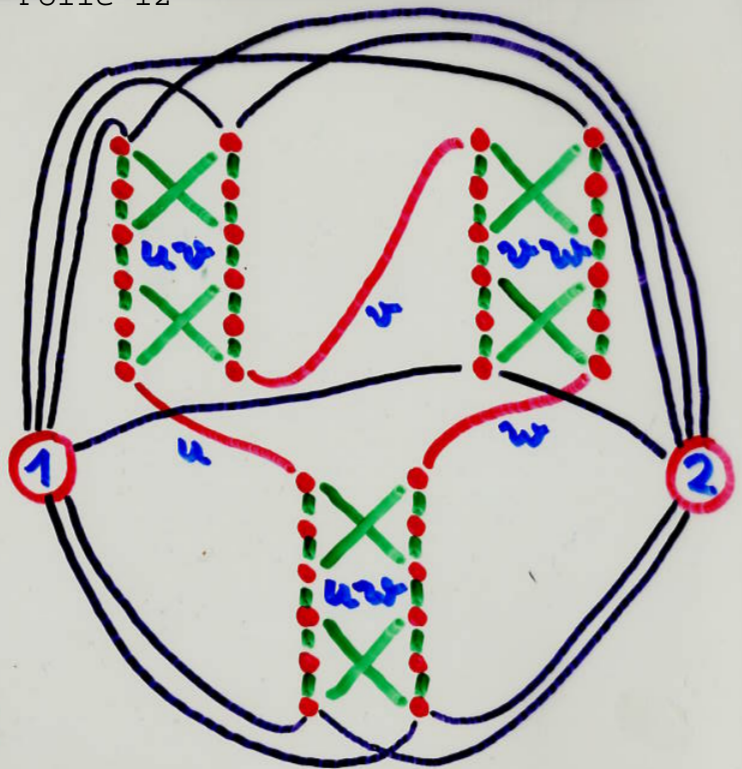
ex.  $G=(V,E), k \rightarrow$  translate  $\rightarrow G'=(V',E')$

$X \subseteq V$  mit  $\#X = k$  &  
 $e \cap X \neq \emptyset$  f. a.  $e \in E$

g. d. w.  $G'$  Hamiltonsch



$u$  &  $v$  bilden  
 "vertex cover"



Hamiltonischer  
 Kreis