Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski
Studiengang Informatik
Universität Bremen

3. Juli 2004

# Formale Sprachen: Graphentransformation

## 3. Übungsblatt

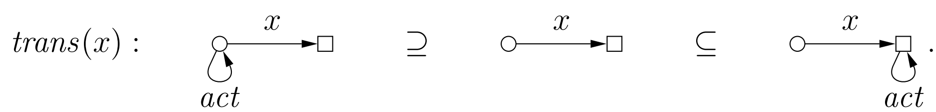
### Eine graphtransformatorische Beschreibung endlicher Automaten

Sei $A = (Z, I, d, q_0, F)$ mit $d \subseteq Z \times I \times Z$, $q_0 \in Z$ und $F \subseteq Z$ ein endlicher Automat. $A$ lässt sich bekanntermaßen als Zustandsgraph auffassen, wenn man die Zustände als Knoten und die Zustandsübergänge als Kanten sieht. Zusätzlich werden der initiale Zustand, die Endzustände und ein aktueller Zustand durch Schleifen markiert. Formal ist der Zustandsgraph von $A$ mit dem aktuellen Zustand $q \in Z$ definiert durch

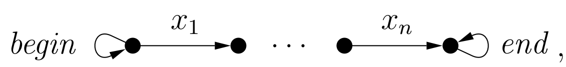
$$gr(A, q) = (Z, d \cup \{(q_0, \mathit{init}, q_0), (q, \mathit{act}, q)\} \cup \{(q'', \mathit{fin}, q'') \mid q'' \in F\}),$$

wobei die erste Projektion die Quelle ergibt, die dritte das Ziel und die zweite die Markierung, die deshalb nicht explizit angegeben sind.

Für jede Eingabe $x \in I$ gibt es außerdem eine Zustandsübergangsregel




Wörter $w = x_1 \cdots x_n$ werden wie schon an anderer Stelle als Stringgraphen dargestellt:

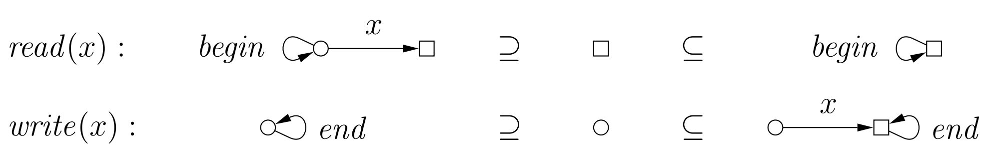



wobei hier Anfang und Ende durch entsprechende Schleifen markiert sind. Explizit lässt sich ein derartiger Graph definieren als

$$w^{\S} = (\{0, \ldots, n\}, \{(i-1, x_i, i) \mid i = 1, \ldots, n\} \cup \{(0, \mathit{begin}, 0), (n, \mathit{end}, n)\}.$$

Quelle, Ziel und Markierung sind wieder die drei Projektionen wie bei den Automaten.

Für jede Eingabe $x \in I$ gibt es außerdem eine Lese- und eine Schreibregel:



Zeige nun, dass Folgendes gilt:

1. $gr(A,q) + (xv)^{\S} \xRightarrow[trans(x)+read(x)]{} gr(A,q') + v^{\S}$ g.d.w. $q' \in d(q,x)$
2. $gr(A,q) + (uv)^{\S} \xRightarrow[P(I)]{*} gr(A,q') + v^{\S}$ g.d.w. $q' \in d^*(q,u)$
3. $gr(A,q_0) + w^{\S} \xRightarrow[P(I)]{*} gr(A,q'') + \lambda^{\S}$ mit $q'' \in F$ g.d.w. $w \in L(A)$

Dabei ist $P(I) = \{trans(x) + read(x) \mid x \in I\}$.

4. Was muss man zusätzlich ändern, wenn man in $P(I)$ *read* durch *write* ersetzt, damit immer noch die von A erkannte Sprache charakterisiert wird?
5. Was ändert sich, wenn man zu $P(I)$ noch weitere Parallelregeln dazunimmt, die aber mindestens eine Zustandsübergangs- und eine Leseregel für dieselbe Eingabe enthalten?
6. Was ändert sich, wenn man zu $P(I)$ noch die Regeln $Q(I) = \{trans(x) \mid x \in I\}$ hinzunimmt? Versuche die Wörter $w$ zu charakterisieren, für die gilt:
$$gr(A,q_0) + w^{\S} \xRightarrow[P(I)\cup Q(I)]{*} gr(A,q'') + \lambda^{\S} \quad \text{mit } q'' \in F.$$
7. Wie kann man die Startgraphen und die Graphen, in denen Ableitungen enden, sowie die Regelmenge wählen, damit für zwei endliche Automaten $A_1$ und $A_2$ der Durchschnitt der erkannten Sprachen $L(A_1) \cap L(A_2)$ charakterisiert wird?