

Formale Sprachen: Graphtransformation

Hans-Jörg Kreowski

SS 2004

die folgenden Folien betreffen den Arbeitsgegenstand der Lehrveranstaltung am 25. und 27. Mai:

Hyperkantenersetzungsgrammatik

Hypergraph und Graphen als Hypergraphen

direkte Ableitung und erzeugte Hypergraphsprache

Beispiele (bipartite Graphen, Sierpinski-Dreiecke, series-parallel-Graphen, eine nicht-kontextfreie Wortsprache, binäre Bäume)

Hyperkantenersetzungsgrammatik

HRG = (N , T , P , S)

nichtterminale terminale
Zeichen Regeln Startsymbol
aus N

mit $N \cup T \subseteq C$ ¹⁾
 $N \cap T = \emptyset$

$A ::= R$ mit
 $\begin{matrix} \mathbb{N} \\ \mathbb{H}_C \end{matrix}$ $\text{type}(A) = \text{type}(R)$

Menge aller Hypergraphen mit Markierungen in C

¹⁾ es wird vorausgesetzt, dass jede Markierung $a \in C$ einen Typ besitzt: $\text{type}(a) \in \mathbb{N}$

Hypergraph

$$H = (V, E, \text{att}: E \rightarrow V^*, \text{lab}: E \rightarrow C, \text{ext})$$

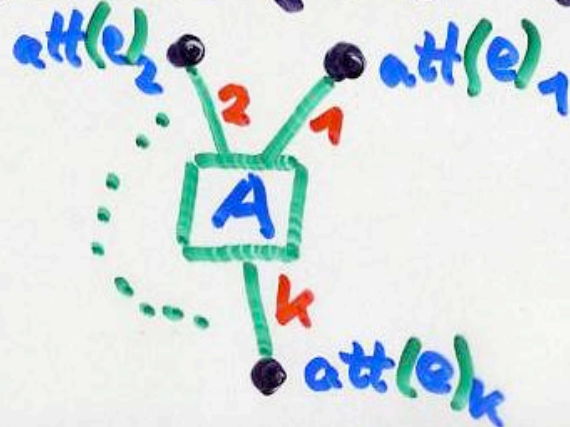
Knoten Hyperkanten Aufhängung (attachment) mit Markierung externe Knoten aus V^* ;

$$|\text{att}(e)| = \text{type}(\text{lab}(e)) \cdot \text{type}(H) = |\text{ext}|$$

für alle $e \in E$

▷ graphische Darstellung einer Hyperkante

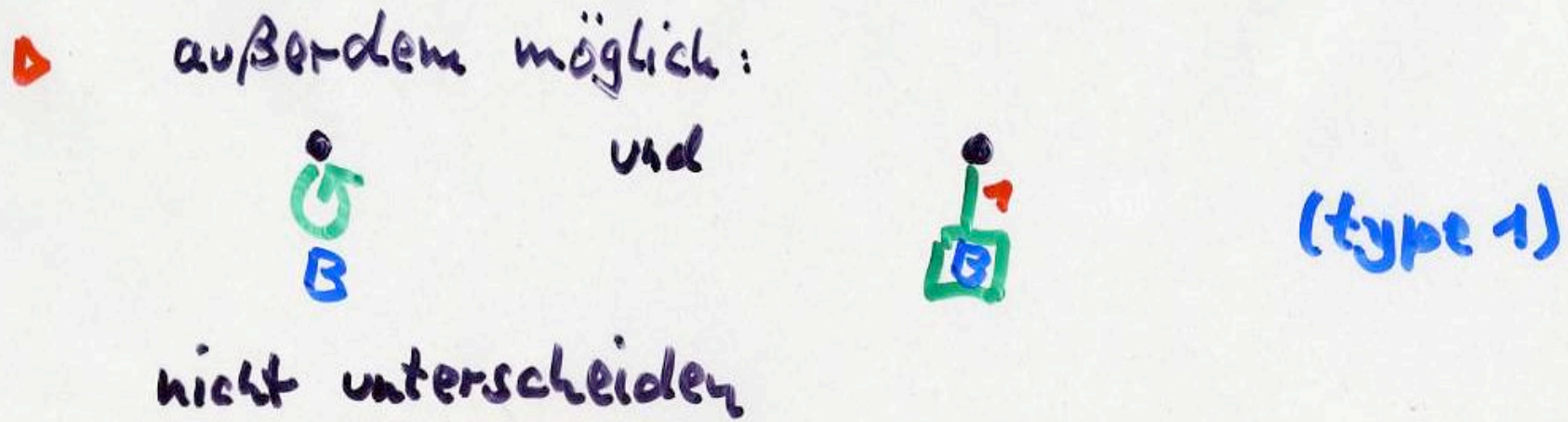
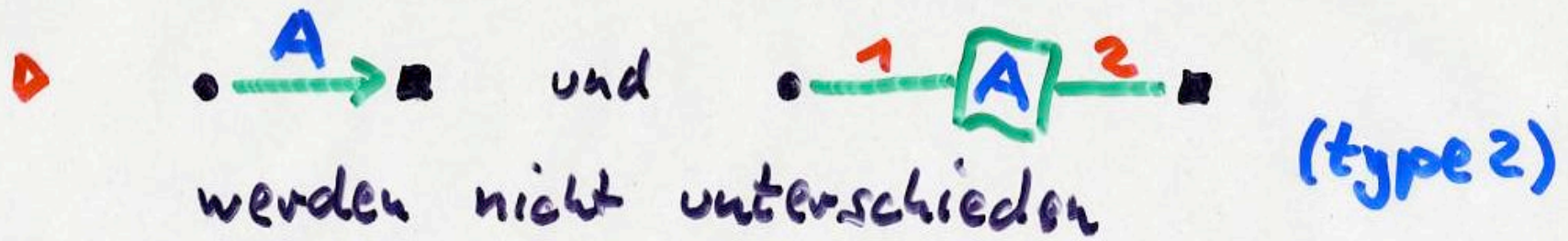
$e \in E$ mit
 $\text{lab}(e) = A$ &
 $\text{type}(A) = k$:



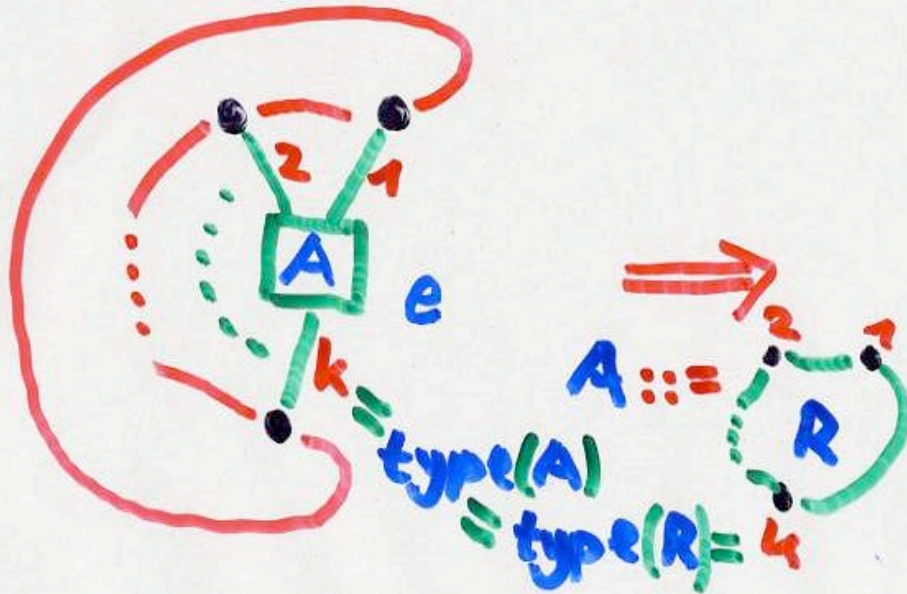
Graphen als Hypergraphen

$$G = (V, E, s, t, \text{lab}) \mapsto (V, E, \text{att}, \text{Lab}, \perp)$$

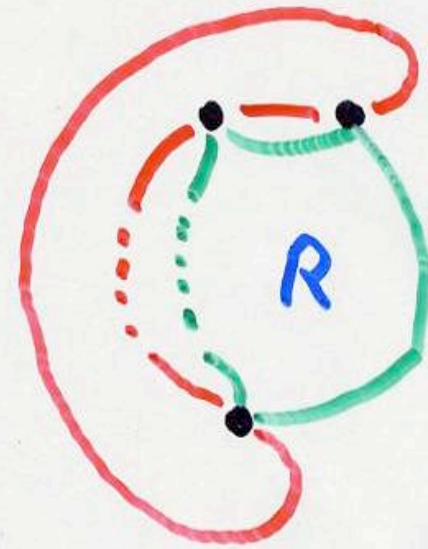
mit $\text{att}(e) = s(e)t(e)$



direkte Ableitung



H

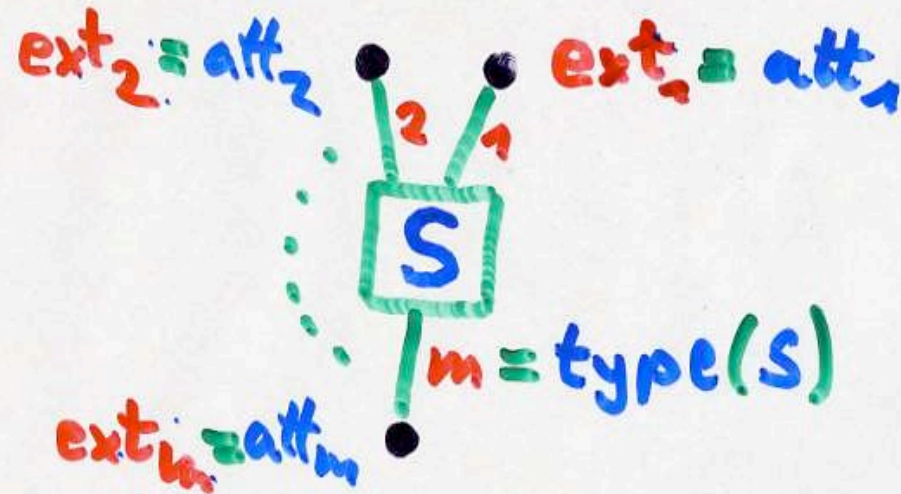


H'

$$\begin{aligned}
 &= (H - e) + R / \text{att}_H(e) = \text{ext}_R \\
 &= H[e/R]
 \end{aligned}$$

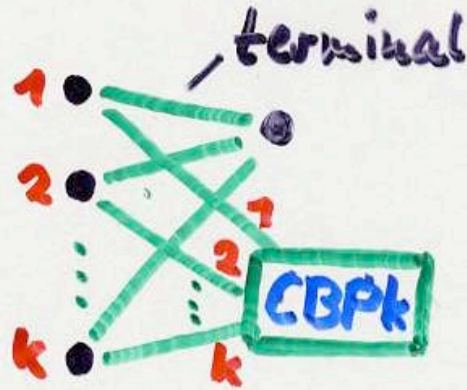
erzeugte (Hypergraph-) Sprache

$$L(\text{HRG}) = \{ H \in \mathcal{H}_T \mid S^\circ \xrightarrow[p]{*} H \}$$



(1)

CBPk ::=
 /
 start-
 symbol



vollständige
 bipartite
 Graphen, bei
 denen eine der
 beider Knoten-
 mengen k

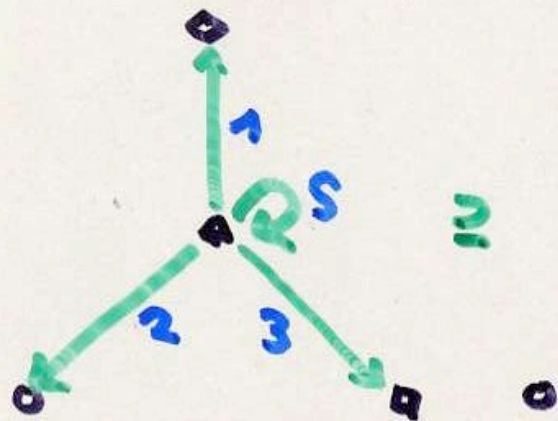
(2) ersetze in (1) CBPk durch BPk und Elemente hat

alle $\bullet \text{---} \bullet$ durch $\bullet \text{---}^1 \boxed{A?} \text{---}^2 \bullet$;

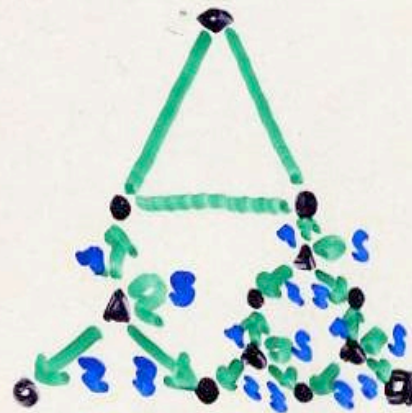
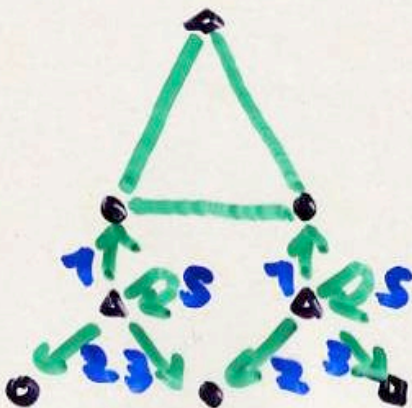
füge außerdem folgende Regeln hinzu:



dito ohne
 Vollständig-
 keit

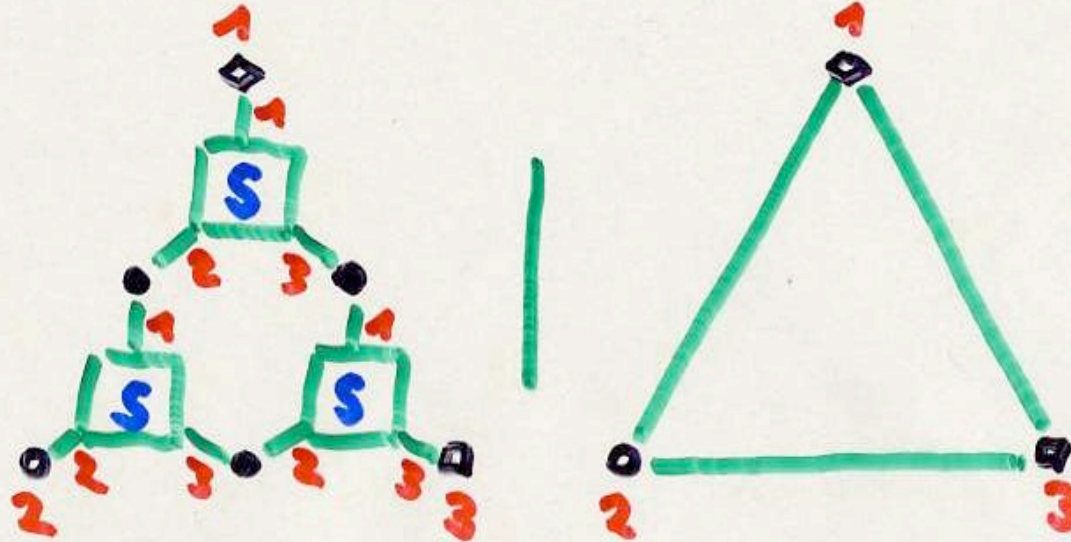


Sierpinski-Dreiecke (Graphgrammatik-Version)




Sierpinski-Dreiecke (Hyperkanten-Version)

$S ::=$



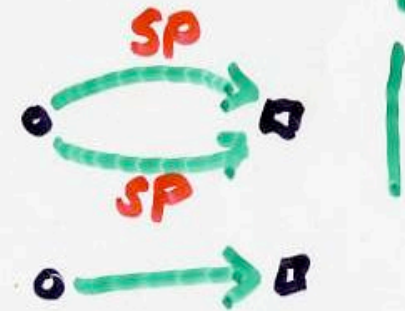
$\text{type}(S) = 3$

series-parallel graphs

initial: 

rules:  $\square \subseteq$  |

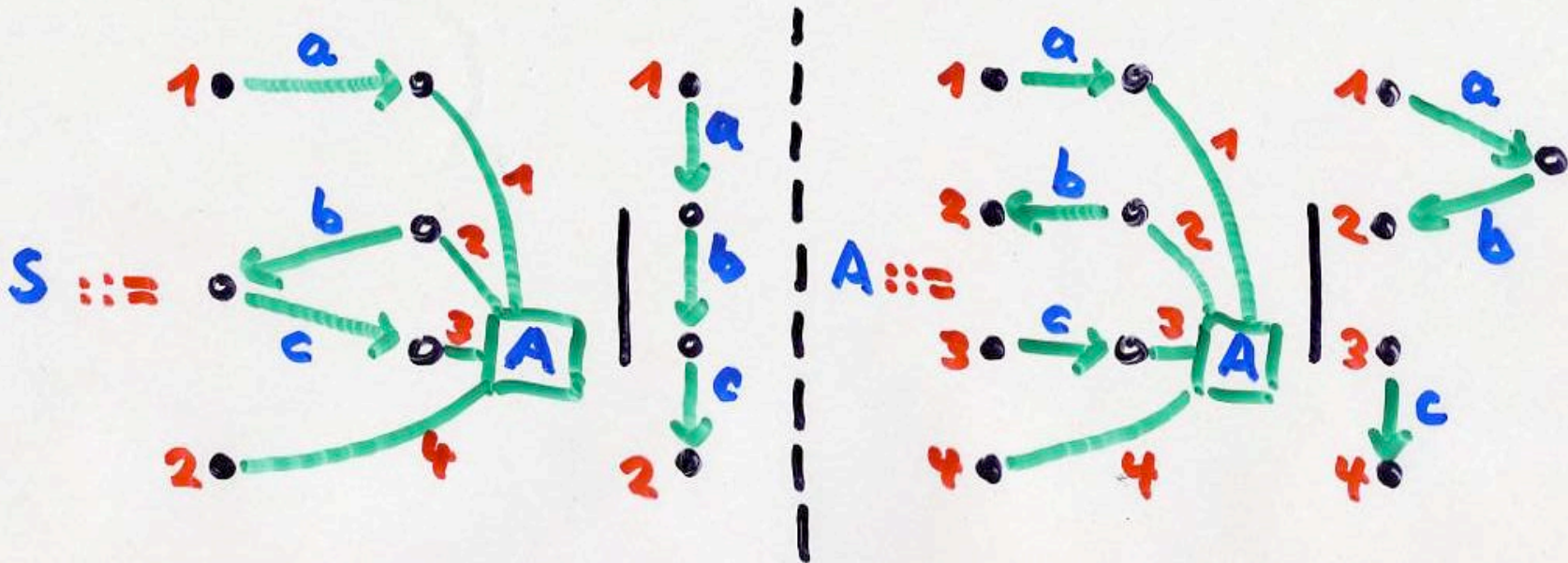
terminal: alles außer SP



• kürzer: $SP ::=$  |  | 

Kontextfrei?

$\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ als bekannte
nicht-kontextfreie Wortsprache
erzeugt durch Hyperkantenersetzung



binary trees

initial:



rules:



terminal: alles außer B

