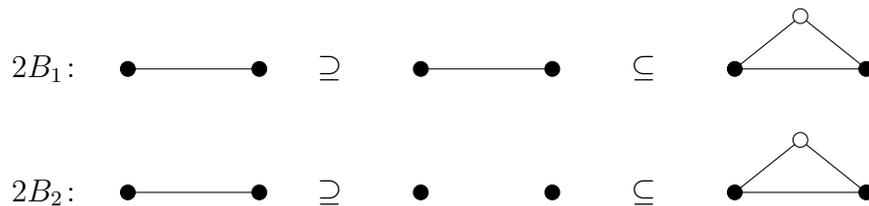


## Formale Sprachen: Graphentransformation

### 3. Übungsblatt

#### Parallele und Sequentielle Unabhängigkeit: 2-Bäume

2-Bäume sind spezielle unmarkierte und ungerichtete Graphen. Für die Erzeugung werden keine Extramarkierungen gebraucht, so dass die unsichtbare Markierung die einzige ist, die insbesondere auch als terminal betrachtet wird. Als Startgraph wird der kleinste 2-Baum verwendet, der aus zwei Knoten und einer diese verbindenden Kante besteht:  $\bullet \text{---} \bullet$ . Außerdem haben die beiden betrachteten Graphgrammatiken  $2B_1$  und  $2B_2$  je eine Regel:



2-Bäume sind alle Graphen, die sich mit einer der beiden Grammatiken erzeugen lassen.

1. Sei  $B$  ein 2-Baum. Seien  $B \implies B_i$  für  $i = 1, \dots, n$  mit  $n \geq 2$  direkte Ableitungen mit der  $2B_1$ -Regel. Zeige, dass diese  $n$  Regeln auch parallel anwendbar sind und dass für den abgeleiteten Graph  $B'$  gilt:

$$B' = \bigcup_{i=1}^n B_i$$

wobei o.B.d.A. vorausgesetzt werden darf, dass  $B_i \cap B_j = B$  gilt für alle  $i, j$  mit  $i \neq j$ .

2. Sei  $B \implies B_1 \implies B_{12}$  eine sequentielle Ableitung mit der  $2B_1$ -Regel. Unter welchen Umständen sind die beiden Schritte sequentiell abhängig?
3. Betrachte eine parallele Ableitung  $B \implies B_1 \implies B_{12}$  mit  $2B_1$ -Regeln. Unter welchen Umständen sind die beiden Schritte sequentiell unabhängig?

4. Was ändert sich in den Aufgaben 1-3, wenn man die Regel von  $2B_2$  betrachtet statt der von  $2B_1$ ?
5. Betrachte eine Anwendung  $B \implies B'$  der Regel von  $2B_1$ . Begründe, dass es dann auch eine Anwendung  $B \implies B'$  der Regel von  $2B_2$  gibt und dass auch die Umkehrung gilt.  
Beachte: Daraus folgt insbesondere  $L(2B_1) = L(2B_2)$ .
6. Betrachte die Sprachen  $L_{par}(2B_1)$  und  $L_{par}(2B_2)$ , die alle Graphen enthalten, die sich durch paralleles Ableiten aus den Startgraphen mit der jeweiligen Regel erzeugen lassen.  
Zeige, dass die beiden Sprachen gleich sind.
7. Versuche zu erklären, was 2-Bäume mit Bäumen zu tun haben.  
Hinweis: Was könnten 3-Bäume sein?

Abgabe bitte bis 29.6.2006