

Formale Sprachen: Graphtransformation

Nachbearbeitungsaufgaben zum 1. Übungsblatt

Es werden ungerichtete, unmarkierte Graphen mit Schleifen und Mehrfachkanten behandelt. Es gibt also insbesondere nur eine unsichtbare Markierung, die alle Kanten tragen, und die deshalb keine Rolle spielt.

Als initiale Graphen stehen zur Verfügung:

$$A = \emptyset \quad | \quad B = \bullet \quad | \quad C = \bullet \circlearrowleft \quad | \quad D = \bullet \quad \bullet \quad | \quad E = \bullet \text{---} \bullet$$

Ausserdem werden folgende Regeln eingesetzt:

$$r_1 = (\emptyset \supseteq \emptyset \subseteq \bullet)$$

$$r_2 = (\bullet \supseteq \bullet \subseteq \bullet \circlearrowleft)$$

$$r_3 = (\bullet \supseteq \bullet \subseteq \bullet \text{---} \circ)$$

$$r_4 = (\bullet \quad \bullet \supseteq \bullet \quad \bullet \subseteq \bullet \text{---} \bullet)$$

$$r_5 = (\bullet \text{---} \bullet \supseteq \bullet \quad \bullet \subseteq \bullet \text{---} \square \text{---} \bullet)$$

$$r_6 = (\bullet \circlearrowleft \supseteq \bullet \subseteq \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet)$$

Regeln r_4 und r_5 dürfen nur angewendet werden, wenn die beiden Knoten der linken Seite im Ansatz nicht identifiziert werden.

Mit welcher Kombination aus Regeln und initialem Graphen lassen sich folgende Mengen herstellen:

1. alle Graphen mit mindestens einem Knoten und mindestens einer Schleife
2. alle Graphen mit genau zwei Knoten
3. alle Graphen $G = G_1 + G_2$, wobei G_1 und G_2 nicht leer, zusammenhängend und kreisfrei sind
4. alle Graphen mit mindestens einem Knoten und genau einer Kante oder mindestens einem Knoten und genau zwei Kanten. Im ersten Fall ist die Kante eine Schleife. Im zweiten Fall sind die Kanten parallel.

5. Gib Ableitungen an, die mit den vorhandenen Regeln zu einem der Startgraphen folgenden Graphen ableiten:



6. Begründe, warum sich die Menge aller nicht-zusammenhängenden Graphen ohne Schleifen nicht erzeugen lässt.

7. Begründe, warum sich die Menge aller Wälder mit höchstens drei Bäumen nicht erzeugen lässt. (Der Wald mit 0 Bäumen, also der leere Graph, ist zugelassen.)