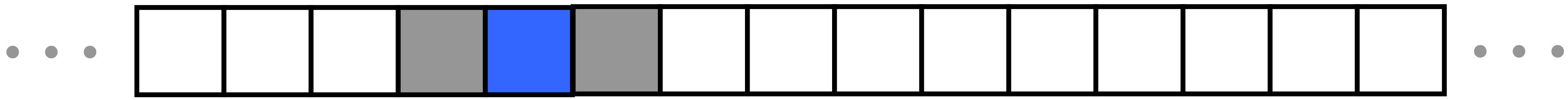
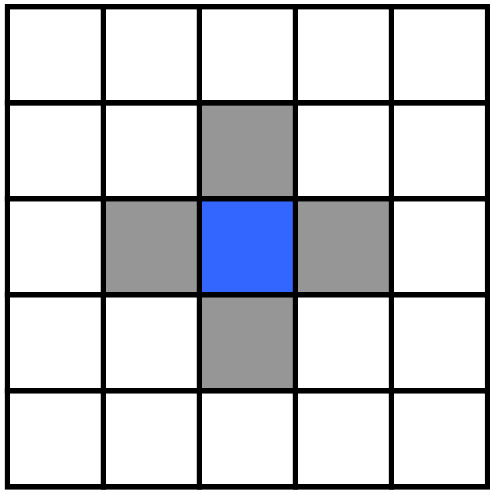
zelluläre Automaten

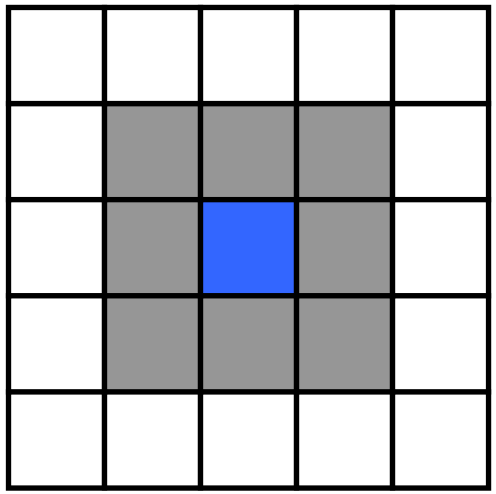
- In den 40er Jahren von John von Neumann und Stan Ulam erfunden
- Automat besteht aus einem Gitter von Zellen
- Jede Zelle muss sich zu einem Zeitpunkt in einem von *n* Zuständen befinden
- Der Zustand einer Zelle verändert sich in jedem Schritt in Abhängigkeit von den Zuständen der Nachbarzellen (← gemäß von Regeln)
- bekanntestes Beispiel: das **Game of Life** von Conway

Beispiele für mögliche Nachbarschaften:



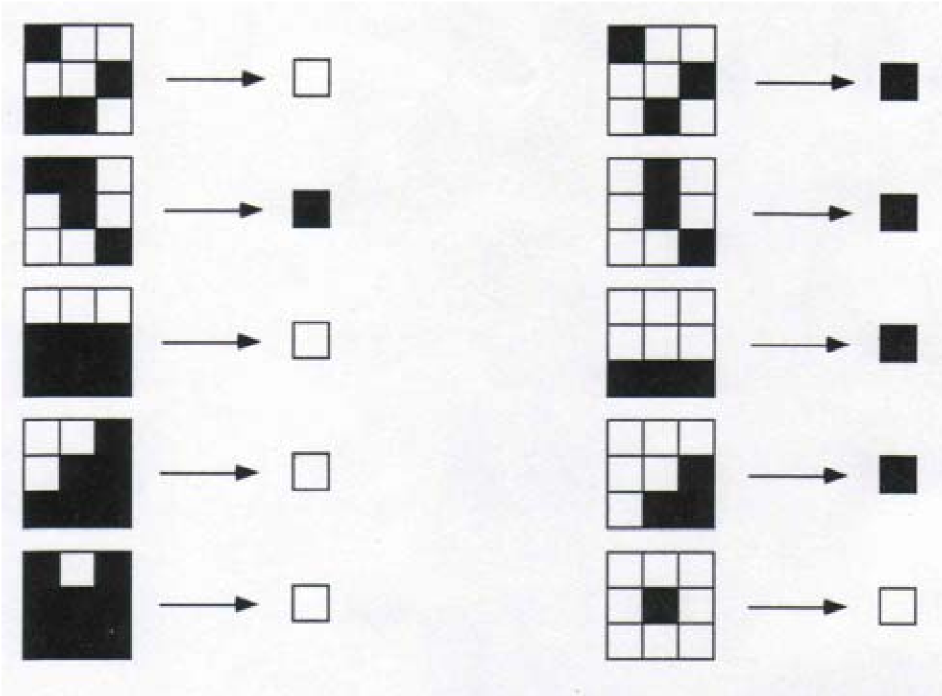


von Neumann - NB



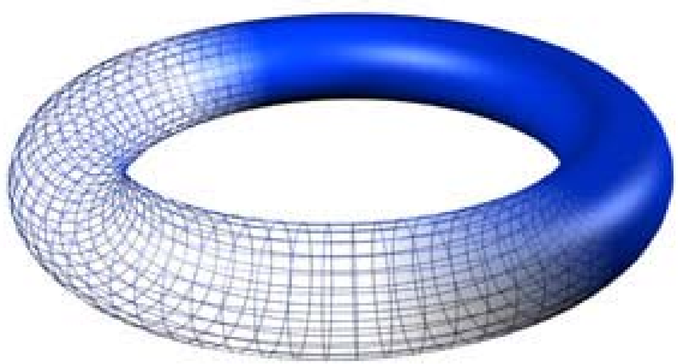
Moore - NB

Game of Life: Regeln



- **Geburt**: bei 3 lebendigen Nachbarn wird Z. auch lebendig
- **Überleben**: leb. Zelle überlebt mit 2 oder 3 leb. Nachbarn
- **Tod**: Zelle stirbt bei 0-1 bzw. 4-8 lebendigen Nachbarn

- Ein zellulärer Automat kann in den Dimensionen variieren, von:
    - 1-D (d.h eine Zeile von Zellen)
    - 2-D (ein zweidimensionales Gitter)
    - 3-D+ (ab vier Dimensionen wird es unübersichtlich...)
- Manche Automaten sind reifenartig in ihrer räumlichen Struktur:



Simulation durch Graphtransformation

Die Zustandswechsel des zellulären Automaten werden über einen endlichen Automaten ausgedrückt:

$$A = (Z, Z^k, d), k \in N$$

- Z: Zustandsmenge (Zustände, die die Zellen des zellulären Automaten annehmen können)
- Z^k: Alphabet
- d: Zustandsübergangsfunktion $d : Z \times Z^k \to Z$

Die räumliche Struktur des zell. Automaten wird durch einen Graphen wiedergegeben:

$$G = (V, E, s, t, l)$$

- ist regulärer Graph des Typs $k+1$:

  für jeden Knoten $v \in V$ ex. genau $k+1$ Kanten $e(v)_0, \ldots, e(v)_k$ mit

  - $s(e(v)_i) = v$ f.a. $i \in \{0, \ldots, k\}$, und
  - $t(e(v)_0) = v$.

(d.h. jeder Knoten zeigt auf alle Nachbarn, und ist über eine Schleife mit dem eigenen Zustand markiert)

- Die Knoten $t(e(v)_1), \ldots, t(e(v)_k)$ sind die direkten Nachbarn von *v*,
- Nachbarknoten sind mit $1, \ldots, k$ markiert, so dass alle Knoten eine gleich geordnete Nachbarschaft besitzen
- Der Zustand eines Knotens verändert sich in Abhängigkeit von den Zuständen seiner direkten Nachbarn

Die Zustandswechsel des zellulären Automaten werden über einen endlichen Automaten ausgedrückt:

$$A = (Z, Z^k, d), k \in N$$

- Z: Zustandsmenge (Zustände, die die Zellen des zellulären Automaten annehmen können)

- Z^k: Alphabet

- d: Zustandsübergangsfunktion $d : Z \times Z^k \to Z$

- Wenn G unendlich ist wird zusätzlich ein Ruhezustand z_0 vorausgesetzt, wobei

1. $d(z_0, \underbrace{(z_0, \ldots, z_0)}_{k\text{-mal}}) = z_0$

2. nur endlich viele Knoten haben einen Zustand $\neq z_0$.

Noch offene Fragen:

1. Wie sehen die Regeln aus?
2. Wie wird die parallele Veränderung der Zellen umgesetzt?

A1. Normale Regelmenge R (sequentielle Regeln) mit Kontextbedingung.

A2. Parallele Semantik:

In jedem Ableitungsschritt wird eine maximale Parallelregel *r* gebaut. (Für jeden Knoten, der nicht im Ruhezustand ist, wird die passende Regel zu *r* hinzugefügt, bis *r* maximal. Danach wird abgeleitet.)