Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski
Studiengang Informatik **18.11.2002**

Algorithmen auf Graphen (WS 2002/2003)

2. Übungsblatt

Es geht um einen Algorithmus, der für jeden Knoten v_0 eines endlichen gerichteten Eingabegraphen $M = (V, E, s, t)$ die Menge aller von v_0 aus durch Wege erreichbaren Knoten berechnet, d.h. $R(v_0) = \{v \in V \mid PATH(v_0, v) \neq \emptyset\}$. Der Algorithmus, der $REACHABLE$ heißt, benutzt Knotenmengen F_i und R_i für $i \in \mathbb{N}$, die iterativ aufgebaut werden. F_i enthält die im i-ten Schritt erstmals erreichten Knoten, R_i alle bis zum i-ten Schritt erreichten:

- $F_0 = R_0 = \{v_0\}$,
- $F_{i+1} = \bigcup\limits_{v \in F_i} new(v) \quad \& \quad R_{i+1} = R_i \cup F_{i+1}$.

Die Iteration wird bis zum kleinsten m fortgesetzt, für das F_{m+1} leer ist. Die in der Iteration verwendete Menge $new(v)$ für $v \in V$ enthält alle direkten Nachbarn von v, die bis zum i-ten Schritt nicht erreicht worden sind, d.h. $new(v) = \{t(e) \mid e \in E, s(e) = v, t(e) \notin R_i\}$. Um zu sehen, was der Algorithmus berechnet, soll folgendes gezeigt werden.

1. $R_i = \bigcup\limits_{k=0}^{i} F_k$ für alle $i \in \mathbb{N}$.
2. Für jeden Knoten v gibt es höchstens ein i, derart dass $v \in F_i$; d.h. $F_i \cap F_j = \emptyset$ für $i \neq j$.
3. Es gibt immer ein m mit $F_{m+1} = \emptyset$. (Also terminiert der Algorithmus immer.)
4. Zu jedem Knoten $v \in F_i$ gibt es einen Weg von v_0 nach v der Länge i.
5. Wenn es einen Weg von v_0 nach v gibt der Länge i und kein anderer Weg von v_0 nach v eine geringere Länge hat, dann ist $v \in F_i$.
6. $R_m = R(v_0)$. (Also ist der Algorithmus korrekt.)

Außerdem soll der Aufwand des Algorithmus abgeschätzt werden. Dabei kann vorausgesetzt werden, dass die direkten Nachbarn eines Knoten mit einem Aufwand bestimmt werden können, der proportional zu ihrer Zahl ist.

Abgabe bitte bis zum 03.12.2002.