

## Algorithmen auf Graphen (WS 2002/2003)

### 3. Übungsblatt

Es geht um Bäume.

1. Für nichtleere ungerichtete Graphen  $G = (V, E)$  folgt jede der folgenden Aussagen aus jeder anderen:
  - (i)  $G$  ist ein Baum (d.h. zusammenhängend und kreisfrei).
  - (ii)  $G$  ist zusammenhängend und  $\#V = \#E + 1$ .
  - (iii)  $G$  ist zusammenhängend und alle Kanten sind Brücken, d.h.  $G - e = (V, E - \{e\})$  ist für alle  $e \in E$  nicht zusammenhängend.
  - (iv) Je zwei Knoten von  $G$  sind durch genau einen einfachen Weg verbunden.

Beweise eine dieser zwölf Implikationen und illustriere sie durch eine Skizze oder anhand eines Beispielgraphen. Arbeitsgruppen mit mehr als drei Mitgliedern mögen noch zusätzlich eine zweite Implikation zeigen.

2. Sei  $B$  ein nichtleerer Baum. Sei  $nol$  die Zahl der Knoten mit Grad 1 (die Blätter also),  $max$  der maximale Grad, jedoch mindestens 2,  $diam$  die Länge eines längsten einfachen Weges und  $k$  die Zahl, die durch die Eigenschaft  $2k \leq diam \leq 2k + 1$  bestimmt ist. Zeige mit vollständiger Induktion über  $k$ , dass dann gilt:

$$nol \leq max^{k+1}.$$

Zeige als Induktionsanfang explizit den Fall  $k = 0$ . Überlege im Induktionsschluss, durch welche Konstruktion ein Baum mit  $k + 1$  zu einem Baum mit  $k$  wird.

3. Illustriere einen der Algorithmen oder eines der Hauptergebnisse der Lehrveranstaltung. Dabei kann es sich um ein passendes Beispiel handeln, das die Wirkungsweise eines Verfahrens vorführt, oder um eine Skizze der Bedingungen und Verhältnisse, die eine wichtige Aussage oder ihren Beweis beschreiben. Der Phantasie ist keine Grenze gesetzt. Die Illustration soll dem besseren Verständnis dienen.

Abgabe bitte bis zum 14. Januar 2003. Die dritte Aufgabe dient dem zusätzlichen Punkterwerb und kann bis Ende Januar abgegeben werden.