Prof. Dr. Hans-Jörg Kreowski
Studiengang Informatik
MZH 3260 Tel.: 2956, 3697 (Sekr.), Fax: 4322
E-Mail:kreo@informatik.uni-bremen.de

31. Oktober 2002
Aufgaben 1

Theoretische Informatik I

1. Übungsblatt

Die Aufgaben beziehen sich auf Kapitel 2 des Skripts. Geübt werden Operationen auf Wörtern und ihre Eigenschaften – insbesondere solche, die sich mit vollständiger Induktion zeigen lassen. Beim Lösen der Aufgaben dürfen alle Eigenschaften verwendet werden, die im zweiten Kapitel bereits gezeigt sind. Alle durchgeführten Umformungen sollen begründet werden. Die ersten beiden Aufgaben betreffen die bereits bekannten Operationen *length* und *count*. Die dritte Aufgabe bezieht sich auf eine Operation, die eine ganz wesentliche Rolle bei der Untersuchung und Verwendung von DNA-Molekülen spielt und auf der berühmten Watson-Crick-Komplementarität beruht.

1. Zeige für alle $x \in A$ und $u, v \in A^*$

$$count(x, uv) = count(x, u) + count(x, v).$$

25%

2. Zeige für das Alphabet $BIT = \{0, 1\}$ und alle $u \in BIT^*$

$$count(0, u) + count(1, u) = length(u).$$

25%

3. Betrachte das Alphabet $DNA = \{A, C, G, T\}$ mit der Watson-Crick-Komplementarität $\bar{A} = T$, $\bar{C} = G$, $\bar{G} = C$ und $\bar{T} = A$. Die Wörter in DNA^* sind geeignete Beschreibungen von einsträngigen DNA-Molekülen. Die doppelsträngigen DNA-Moleküle, die als spiralförmige Doppelhelices allgemein bekannt sind, bestehen aus zwei einsträngigen Molekülen, die komplementär zueinander sind. Die Operation $compl\colon DNA^* \to DNA^*$ konstruiert zu jedem DNA-Strang den komplementären Strang. Sie ist folgendermaßen definiert:

   (i) $compl(\lambda) = \lambda$
   (ii) $compl(xu) = compl(u)\bar{x}$ für alle $x \in DNA$ und $u \in DNA^*$.

(a) Berechne $compl(ACCGTC)$, den zu $ACCGTC$ komplementären Strang.

10%

(b) Zeige für alle $u \in DNA^*$

$$length(compl(u)) = length(u).$$

25%

(c) Zeige, dass für alle $x \in DNA$ und $u \in DNA^*$

$$count(x, compl(u)) = count(\bar{x}, u).$$

25%

Anmerkung: Komplementäre Stränge spielen eine große Rolle beim Entwurf von Biochips, die dem Nachweis bestimmter DNA- und RNA-Stränge in Flüssigkeiten wie Blut, Abwasser u.ä. dienen. Vereinfacht werden dabei kurze einsträngige Moleküle auf den Chip aufgebracht, die dann Moleküle "einfangen" können, die einen komplementären Strang als Teilsequenz enthalten. Dass ein Strang einen anderen fangen kann, lässt sich für alle $u, v, w \in DNA^*$ ausdrücken durch

$$catch(v, u\,compl(v)w) = true.$$

Wie lässt sich ausdrücken, für welche Moleküle der Versuch des Einfangens scheitert?[1]

Die bearbeiteten Übungsaufgaben sind spätestens in der Woche vom 11.11.2002 in den Tutorien abzugeben.

[1] Das ist keine Aufgabe.